第16卷 无锡轻工大学学报 Vol. 16
第3期 JOURNAL OF WUXI UNIVERSITY OF LIGHT INDUSTRY 1997 No. 3

输出构件能实现大摆角的齿轮-连杆机构

吕庸厚

(无锡轻工大学机械工程系,无锡214036)

摘要 连杆机构输出构件作往复摆动的摆角受到许用传动角[μ]的严格限制。本文中提出一种能获得大摆角的齿轮-连杆机构。它是在$K=1$的曲柄摇杆机构上装载一对传动比为i_{13}的齿轮的组合机构,其输出齿轮作往复摆动,摆角可接近$(1-i_{13})(180-2[\mu])$. 当$[\mu]=40°$, $i_{13}=-4$时,摆角可接近500°. 故此机构增大摆角的优越性十分明显。文中还研究了此机构的设计计算方法和参数的选择规则并附有设计计算示例。

关键词 齿轮-连杆机构;曲柄摇杆机构;摆动;摆角;运动分析

中图分类号 TH112.1

0 引 言

实现摆动的连杆机构有曲柄摇杆机构、导杆机构和摇块机构,但它们的输出构件的摆角因受传动角的限制,一般都小于100°. 本文中提出一种能实现大摆角的齿轮-连杆机构,其摆角可高达几百度,以满足实际需要。

1 齿轮-曲柄摇杆机构的运动特性

图1所示为一齿轮-曲柄摇杆机构,该组合机构是在曲柄摇杆机构上装载一对齿轮。曲柄1为原动件,齿轮5为输出件,与它相啮合的另一个齿轮固联在连杆2上。齿轮2和5与系杆(摇杆)3有如下的运动关系

$$\frac{\omega_5-\omega_3}{\omega_2-\omega_3}=i_{52}^{3}$$

将i_{52}^{3}简写作i_{13},上式可改写成

$$\omega_5=(1-i_{13})\omega_3+i_{13}\omega_2 \qquad (1)$$

将上式对时间作定积分[1]

$$\int_0^t\omega_5\mathrm{d}t=(1-i_{13})\int_0^t\omega_3\mathrm{d}t+i_{13}\int_0^t\omega_2\mathrm{d}t$$

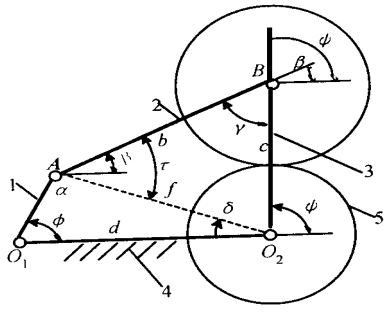


图1 齿轮—曲柄摇杆机构

收稿日期:1997-03-03
第一作者:吕庸厚,男,1924年1月出生,教授

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://

其中 T 为曲柄1转一圈所需的时间。曲柄转一圈, 各构件均完成一运动循环而回到原位。摇杆3作一次绕定点的往复摆动, $\int_0^T \omega_3 \mathrm{d}t = 0$; 同时, 连杆 2 作一次往复摆动的平面运动, $\int_0^T \omega_2 \mathrm{d}t = 0$; 将它们代入上式, 得曲柄转一圈时输出齿轮 5 的转角 $\int_0^T \omega_5 \mathrm{d}t = 0$。这说明齿轮5也作一次往复摆动。

如令曲柄和连杆展成一直线时, 曲柄的转角 $\varphi = \varphi'$, 其相应的时间为 t'; 曲柄和连杆重叠在一直线时, $\varphi = \varphi''$, 其相应的时间为 t'', 则

$$\int_{t'}^{t''} \omega_5 \mathrm{d}t = (1 - i_3) \int_{t'}^{t''} \omega_2 \mathrm{d}t + i_3 \int_{t'}^{t''} \omega_2 \mathrm{d}t$$

$\int_{t'}^{t''} \omega_3 \mathrm{d}t = \psi_m$(曲柄摇杆机构中摇杆的摆角), $\int_{t'}^{t''} \omega_2 \mathrm{d}t = \Delta\beta$(连杆2的转角), 于是这段时间齿轮5的转角

$$\int_{t'}^{t''} \omega_5 \mathrm{d}t = (1 - i_3)\psi_m + i_3 \Delta\beta$$

为使齿轮5得到大的摆角, 1) 采用 i_3 为负的一对外啮合轮传动, 这样除使 ψ_m 的倍数增大外, 还使为负值的 $\Delta\beta$ 可以增大摆角; 2) 采用可以获得摇杆 3 的摆角 ψ_m 为最大的曲柄摇杆机构。这样就揭示出这种机构能实现大摆角的特性。

2 $K = 1$的曲柄摇杆机构摇杆的摆角

如图2所示, 在曲柄摇杆机构中, 行程速比系数 $K = 1$ 时, 摇杆摆角为最大[2]。在图 2 中所示的 $K = 1$ 时的曲柄摇杆机构中, 令 $\frac{l_{AB}}{l_{O_1A}} = b$, $\frac{l_{BO_2}}{l_{O_1A}} = C$, $\frac{l_{O_1O_2}}{l_{O_1A}} = d$, 构件 1 的无量纲长度 $a = 1$. 则由图2可得

$$c^2 - 1 = d^2 - b^2 \quad 或 \quad b^2 + c^2 = 1 + d^2 \tag{2}$$

反言之, 若曲柄摇杆机构各杆的尺寸满足式(2) 的关系, 则其行程速比系数 $K = 1$(证明略)。

在图 1 所示的曲柄摇杆机构中 $\cos\gamma = \frac{b^2 + c^2 - f^2}{2bc}$ 而 $f^2 = 1 + d^2 - 2d\cos\varphi$, 得

$$\cos\gamma = \frac{b^2 + c^2 - 1 - d^2}{2bc} + \frac{d}{bc}\cos\varphi$$

对于 $K = 1$的曲柄摇杆机构, 因其各杆长具有式(2) 所示关系, 所以有

$$\cos\gamma = \frac{d}{bc}\cos\varphi \tag{3}$$

令 $\varphi = 0°$ 和 $180°$ 的 γ 分别为 γ_0 和 γ_{180} 则 $\cos\gamma_0 = -\cos\gamma_{180}$, 即传动角 $\mu_0 = \mu_{180} = \mu_{\min}$. 于是

$$\cos\mu_{\min} = \frac{d}{bc} \tag{4}$$

再将式(2) 代入上式得

$$\cos\mu_{\min} = \frac{d}{c\sqrt{1 + d^2 - c^2}} \tag{5}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://

由图2知

$$\sin\left(\frac{\psi_m}{2}\right) = \frac{1}{c} \tag{6}$$

将它代入式(5), 经整理后得

$$d^2 = \frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\psi_m}{2}\left(1 - \left(\frac{\sin\frac{\psi_m}{2}}{\cos\mu_{\min}}\right)^2\right)} \tag{7}$$

当 $\sin\frac{\psi_m}{2} = \cos\mu_{\min}$, 即 $\psi_m = 180° - 2\mu_{\min}$ 时, $d = \infty$, 故实际上 ψ_m 总是小于$(180° - 2\mu_{\min})$.

给定 $\mu_{\min}$, 可由式(7) 求得不同 ψ_m 时的 d 值, 在图 3 中画出不同 $\mu_{\min}$ 的 $\psi_m - d$ 曲线。

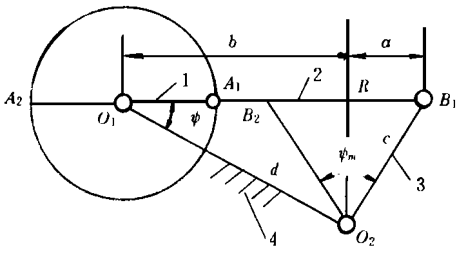


图2　$K = 1$时的曲柄摇杆机构

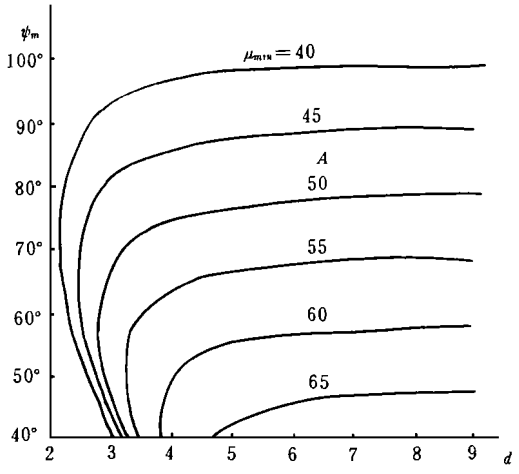


图3　不同 $\mu_{\min}$的 ψ_m—d 曲线

将式(5) 平方, 经整理后得

$$c^2 = \frac{1 + d^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1 + d^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{\cos\mu_{\min}}\right)^2} \tag{8}$$

代入式(2) 得

$$b^2 = \frac{1 + d^2}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{1 + d^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{\cos\mu_{\min}}\right)^2} \tag{9}$$

由此知, c 和 b 各有两值, 式(8) 根号前取"+"为 c 值时, 式(9) 根号前取"-"即为 b 值, 或反之, 表明 c 和 b 可互换。由式(6) 知, c 取较小值时, 可得较大的 ψ_m. 因此在图 3 中, 同一个 $\mu_{\min}$ 和 d 有两个 ψ_m, $c < b$ 值的 ψ_m 较 $c > b$ 时为大。现希望增大摆角, 故应取 $c < b$, 即在式(8) 根号前取"-"来计算 c.

当式(8) 根号内的 $\frac{1 + d^2}{2}$ 等于 $\frac{d}{\cos\mu_{\min}}$, 即 $d = \frac{1 + \sin\mu_{\min}}{\cos\mu_{\min}}$ 时, 将使 $b = c$, 此时的 d 便是 $K = 1$ 时曲柄摇杆机构给定 $\mu_{\min}$ 的最小 d 值, 这在图3中看得很清楚。相对应的

$$\psi_m = 2\arcsin\left(\frac{\cos\mu_{\min}}{1 + \sin\mu_{\min}}\right) \tag{10}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://

3 齿轮-曲柄摇杆机构输出齿轮的摆角

将式(1)改写成

$$\frac{\omega_3}{\omega_1}=(1-i_3)\frac{\omega_3-\omega_2}{\omega_1}+\frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{11}$$

由图1知 $\gamma=\psi-\beta$, 因而 $\frac{d\gamma}{d\varphi}=\frac{d\psi}{d\varphi}-\frac{d\beta}{d\varphi}=\frac{\omega_3-\omega_2}{\omega_1}$.

由于采用 $K=1$ 的曲柄摇杆机构时, 由式(3)知 $\cos\gamma=\frac{d}{bc}\cos\varphi$, 将它对 φ 求导得 $\frac{d\gamma}{d\varphi}=\frac{d\sin\varphi}{\sqrt{(bc)^2-(d\cos\varphi)^2}}$.

又由图1知 $\beta=\tau-\delta$, 因而 $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{d\beta}{d\varphi}=\frac{d\tau}{d\varphi}-\frac{d\delta}{d\varphi}$.

又在图1中 $\cos\tau=\frac{b^2+f^2-c^2}{2df}$, 而 $f^2=1+d^2-2d\cos\varphi$ 和 $b^2+c^2=1+d^2$, 得

$$\cos\tau=\frac{b^2-d\cos\varphi}{b\sqrt{1+d^2-2d\cos\varphi}} \tag{12}$$

将它对 φ 求导, 经整理后得

$$\frac{d\tau}{d\varphi}=\frac{d\sin\varphi(c^2-d\cos\varphi)}{(1+d^2-2d\cos\varphi)\sqrt{(bc)^2-(d\cos\varphi)^2}}$$

又在图1中

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{\sin\varphi}{d-\cos\varphi} \tag{13}$$

$$\frac{d\delta}{d\varphi}=\frac{d\cos\varphi-1}{1+d^2-2d\cos\varphi}$$

将 $\frac{\omega_3-\omega_2}{\omega_1}$ 和 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ 的表达式一并代入式(11), 经整理后得

$$\frac{\omega_3}{\omega_1}=\frac{d\sin\varphi[(1-i_3)(1+d^2-2d\cos\varphi-(c^2-d\cos\varphi)]-(d\cos\varphi-1)\sqrt{(bc)^2-(d\cos\varphi)^2}}{(1+d^2-2d\cos\varphi)\sqrt{(bc)^2-(d\cos\varphi)^2}} \tag{14}$$

$\omega_3=0$ 的条件为

$$d\sin\varphi[(1-i_3)(1+d^2-2d\cos\varphi-(c^2-d\cos\varphi)]-(d\cos\varphi-1)\sqrt{(bc)^2-(d\cos\varphi)^2}=0 \tag{15}$$

由式(4)知 $(bc)^2=\left(\frac{d}{\cos\mu_{\min}}\right)^2$。将它和式(8)的 c^2 值代入上式, 经整理后得

$$(1-2i_3)\left(\frac{1+d^2}{2}-d\cos\varphi\right)-\sqrt{\left(\frac{1+d^2}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{\cos\mu_{\min}}\right)^2}-\frac{(d\cos\varphi-1)}{\sin\varphi}\sqrt{\left(\frac{1}{\cos\mu_{\min}}\right)^2-\cos^2\varphi}=0 \tag{16}$$

给定 $\mu_{\min}$, i_3 和 d, 藉计算机用对分法[3]求式(16)方程 φ 的根 $\varphi_{(1)}$ 和 $\varphi_{(2)}$.

设与 $\varphi_{(1)}$ 和 $\varphi_{(2)}$ 相对应的时间为 $t_{(1)}$ 和 $t_{(2)}$ 对式(1)作定积分 $\int_{(1)}^{(2)}\omega_3 dt=(1-i_3)\int_{(1)}^{(2)}\omega_2 dt+i_3\int_{(1)}^{(2)}\omega_1 dt$, 齿轮-曲柄摇杆机构输出齿轮5作往复摆动的摆角 $\Delta\varphi=\int_{(1)}^{(2)}\omega_3 dt$, 故得

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://

$$\Delta\Psi = (1 - i_3)(\psi_2 - \psi_1) + i_3(\beta_2 - \beta_1) \tag{17}$$

其中 $\beta = \tau - \delta$, 而 τ 和 δ 可分别由式(12)和(13)求得; $\psi = \gamma + \beta$, γ 可由将式(4)代入式(3)后所得的下式来计算:

$$\cos\gamma = \cos\mu_{\min}\cos\varphi \tag{18}$$

4 计算示例

已知: $\mu_{\min} = 40°$, $i_3 = -4$, $d = 5$。计算齿轮5的摆角 $\Delta\Psi$。

1) 藉计算机用对分法求得式(16)的根为

$$\varphi_{(1)} = 3.1640015° \quad \varphi_{(2)} = 181.9147339°$$

2) 计算 $b, c, \tau, \delta, \beta, \gamma$ 和 ψ. 由式(8)

$$c^2 = \frac{1 + d^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{1 + d^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{\cos\mu_{\min}}\right)^2}$$

将已知 $\mu_{\min}$ 和 d 代入得 $c = 1.325640447$, $b = 4.92368548$。

由式(12) $\tau = \arccos\left(\frac{b^2 - d\cos\varphi}{b\sqrt{1 + d^2 - 2d\cos\varphi}}\right)$, 分别求得 $\varphi = \varphi_{(1)}$, $\varphi = \varphi_{(2)}$ 时 τ 的值: $\tau_1 = 12.32079868°$, $\tau_2 = 8.171762035°$.

由式(13) $\delta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\varphi}{d - \cos\varphi}\right)$, 求得 $\delta_1 = 0.790247122°$, $\delta_2 = -0.319089316°$.

又由 $\beta = \tau - \delta$, 得 $\beta_1 = 11.53055156°$, $\beta_2 = 8.490851352°$.

由式(18) $\gamma = \arccos(\cos\mu_{\min}\cos\varphi)$, 得 $\gamma_1 = 40.10397471°$, $\gamma_2 = 139.9618901°$.

又由 $\psi = \gamma + \beta$ 得: $\psi_1 = 51.63452626$, $\psi_2 = 148.452744°$.

3) 计算 $\Delta\Psi$

由式(17) $\Delta\Psi = (1 - i_3)(\psi_2 - \psi_1) + i_3(\beta_2 - \beta_1) = 496.2498766°$.

对于 $K = 1$ 的曲柄摇杆机构, 当 $\mu_{\min} = 40°$, $d = 5$ 时, 其 $\psi_m = 2 \times \arcsin\left(\frac{1}{c}\right) = 97.93762515°$. 如在此曲柄摇杆机构后再串联一个 i 也为 -4 的外啮合齿轮传动, 则输出齿轮的摆角将为 $i\psi_m = -391.7505006°$, 其绝对值远小于齿轮-曲柄摇杆机构的 $\Delta\Psi$. 表明齿轮-曲柄摇杆机构在实现大摆角方面具有显著的优越性。

5 齿轮-曲柄摇杆机构的设计

设计时给定的条件为摆角 $\Delta\Psi$ 以及按工作条件确定的许用最小传动角 $[\mu]$

若 $d = \infty$, 则 $\varphi_{(1)}$ 和 $\varphi_{(2)}$ 分别等于0°和180°, 式(17)中的 $(\psi_2 - \psi_1) = \psi_m = 180° - 2\mu_{\min}$, 同时 $\beta_2 - \beta_1 = 0$, 于是 $\Delta\Psi = (1 - i_3)(180° - 2\mu_{\min})$ 便是 $\Delta\Psi$ 的理论最大值。由此知 $\mu_{\min}$ 选得愈大, $|i_3|$ 将愈大, 机构尺寸将愈大, 因此尽量选用 $\mu_{\min} = [\mu]$. 实际情况 $d < \infty$, 所以

$$\Delta\Psi < (1 - i_3)(180 - 2[\mu]) \tag{19}$$

便成为选取此机构参数的依据。

按上述关系确定 $\mu_{\min}$ 和 i_3 后, 如有解, 则 d 必在 $d_{\min}\left(d_{\min} = \frac{1 + \sin\mu_{\min}}{\cos\mu_{\min}}\right)$ 和 ∞ 之间, 在其间选用一个 d 用前面所述的计算方法算得 $\varphi_{(1)}$, $\varphi_{(2)}$ 和 $\Delta\Psi$。如所得的 $\Delta\Psi$ 不是给定值时, 要改变 d 再作计算, 这可藉计算机用对分法求得与给定摆角非常接近的 d. 如在上述区间内无

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://

解,则应取较小的$|i_3|$.

6 设计示例

已知$\Delta\varphi_3 = 270°$,$[\mu] = 50°$

1) 选择i_3 由式(19)得:$1 - i_3 > 3.375$。选$i_3 = -2.5$。

2) 在计算机中用对分法求得$d = 3.847331346$,$\Delta\varphi_3 = 270.0000246°$,$\varphi_{(1)} = 9.9154281°$,$\varphi_{(2)} = 185.0780258°$

3) 确定曲柄摇杆机构的杆长b和c的方法与前同。

参 考 文 献

1 吕庸厚. 短暂停歇运动齿轮连杆机构的设计. 南京工学院学报, 1983, (1)

2 吕庸厚, 伦铭. 按Ψ. K 设计具有最佳传动角的曲柄摇杆机构. 无锡轻工业学院学报, 1992, 11(2)

3 简明数学手册编写组. 简明数学手册. 上海教育出版社, 1978.

A Geared Linkage Mechanism for Great Swing Angle of Output link

Leu Yonghou

(Wuxi University of Light Industry, Wuxi 214036)

Abstract The swing angle of rocker in linkage mechanisms is seriously limited by allowable transimition angle $[\mu]$. In this paper a geared linkage mechanism is proposed to obtain greater swing angle of output link. This combined mechanism is composed of a pair of gears with gear ratio i_3 and a crank-rocker mechanism with K = 1 on which gears are mounted. The swing angle of output gear can approach to $(1 - i_3)(180 - 2[\mu])$. When $[\mu] = 40°$, $i_3 = -4$, the angle approachs to 500°. Therefore, the advantage of increasing swing angle of this geared linkage mechanism is quite obvious. The method of design and rule of chosing design parameters of this mechanism are investigated. Examples are also illustrated in the paper.

Key words geared linkage mechanism; crank-rocker mechanism; swing; swing angle; kinematic analysis

(责任编辑: 秦和平)

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://