第 14 卷 无锡轻工大学学报 Vol. 14
第 3 期 JOURNAL OF WUXI UNIVERSITY OF LIGHT INDUSTRY 1995 No. 3

多从动轮带传动设计计算若干问题的探讨

——兼与“机械设计手册”有关章节作者商榷

张慎杰

（机械工程系）

摘要 对多从动轮带传动的适用范围、包角要求及计算公式作了适当的修正。导出的从动轮最小匹配包角的计算公式和相应的线图，简化了打滑条件的验算，有助于设计中对包角的选择。

主题词 皮带传动；皮带轮；拉力/包角

中图分类号 TH132.32

0 前 言

用一个主动轮和一组（根）传动带同时传动两个以上从动轮的多从动轮带传动，与多级依次传动或由一主动轮用几组（根）传动带分别传动各从动轮相比，带轮和传动带的数量可减少，轴向尺寸可缩短，张紧机械可简化，显示出结构紧凑的特点。由于受传动布置等诸多条件的制约，这种传动形式的实际应用受到很大限制。与普通单从动轮带传动相比，设计时需要考虑的问题更多，计算也更繁杂些。

1991 年版《机械设计手册》第三卷第 22 篇第一章[1]（以下简称“手册”），首次编入了多从动轮带传动设计计算的内容，提供了有关资料，给读者带来了方便。但其中有若干问题，笔者认为有必要作进一步的探讨与商榷。

1 多从动轮带传动的适用范围

“手册”指出此种传动方式“仅适用于速度低的中、小功率多根从动轴同时传动的场合。通常采用平带或单根 V 带。……”。

这里所指的“速度”，显然是指转速而不是带速。低带速对带传动是不利的。如转速过低，要提高其带速往往有困难，若转速高一点，反而对传动设计有利，所以“中等转速”更应在适

收稿日期：1994-10-19

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

用范围之内。

单根V带只能用于功率很小，转速又不太低的传动上，在其他各种条件下，单根V带几乎都是难以胜任的。

事实上，在已有的许多成功设计中，使用多根V带和从动轮为中等转速的实例屡见不鲜。

“手册”把适用范围规定得过窄，将使此种传动方式的应用受到限制。因而笔者以为可将“速度低”改为“中、低转速”，并取消“单根”二字，从而与实际应用情况相符。

2 包角问题

“手册”指出：“应使主动轮和传递功率较大的从动轮有较大的包角(应大于120°)，其余从动轮的包角应大于70°”.

众所周知，V带传递功率的能力，是随着V带型号、根数、带速、预紧力和带轮包角等要素的增加而增加的。对单从动轮带传动的主、从动轮而言，除前三个要素完全相同外，预紧力和传递的功率也基本相同。设计时，尽可能地增加小轮包角，能有效地提高传动能力，是非常必要的。因大轮的包角总是大于小轮包角，传动能力更大，故不需要加以验算。

对于多从动轮带传动而言，各轮只有前三个要素是相同的。由于各轮传递的功率和传动带的预紧力各不相同，包角之间的匹配关系将发生相应的变化。对照图2来看，逆时针方向转动的主动轮R的紧边拉力为F_{1R}，其紧边相邻从动轮A的紧边拉力$F_{1A}=F_{1R}$，而松边拉力$F_{2A}>F_{2R}$，所以A轮的预紧力$F_{0R}=\frac{F_{1A}+F_{2A}}{2}$大于$R$轮的预紧力$F_{0R}=\frac{F_{1R}+F_{2R}}{2}$，假使$A$轮是传递功率较大的从动轮，但传递的功率总是小于$R$轮，从这两个要素的比较中可见，$A$轮要求的包角一定比$R$轮的包角小。

因此，不分具体情况，同等看待主动轮和传递功率较大的从动轮的包角要求是不妥的。在多从动轮带传动平均包角大量下降的情况下，可能造成设计中不必要的困难，也可能使某一从动轮不必要地占用太大包角，而造成其他从动轮包角不足的局面。

其他从动轮包角都应大于70°的提法也是值得商榷的。包角过小，虽然传递功率的能力很小，但相对于主动轮传递功率很小，且预紧力较大的从动轮，即使包角很小，也可能具有足够的传动能力。

本文最后导出的各轮包角匹配公式，可用来确定各轮包角之间的数值匹配关系，从而使从动轮的包角不再受任何规定范围的约束。

3 计算公式分析

“手册”根据多从动轮带传动的各轮位置、转向、转速和功率的原始条件，用表格形式(“手册”表22.1-15)，列出了单根V带设计计算的步骤和公式。表格序号9列出的主动轮R的拉力公式及说明栏的内容为

“紧边最小拉力$F_{1Rmin}=1.25\times\frac{1000P_{dR}}{V}$” (1)

“松边最小拉力$F_{2Rmin}=(1-0.8K_{\alpha R})F_{1Rmin}$” (2)

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

"当 $\alpha = 180°$ 时，紧边与松边的拉力比，V 带取 $\frac{F_1}{F_2} \approx 5.$"

序号 10 为验算从动轮 A 的传动能力即打滑条件的公式和说明：

"实际松边拉力 $F_{2A} = F_{2Rmin}$" (3)

"实际紧边拉力 $F_{1A} = F_{2A} + \frac{1000P_{dR}K_{\alpha A}}{V}$" (4)

"紧边所需最小拉力 $F_{1Amin} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{V}$" (5)

"应使 $F_{1A} > F_{1Amin}$，否则将打滑 …"

序号 11 验算 B，C 轮的公式和说明，与序号 10 类同。

式(1) ～ (5) 中

F_{1Rmin}，F_{2Rmin} —— R 轮紧边和松边的最小拉力(N)

F_{1A}，F_{2A} —— A 轮紧边和松边的实际拉力(N)

F_1，F_2 ——泛指某轮紧边和松边的实际拉力(N)

P_{dR}，P_{dA} —— R 轮和 A 轮的设计功率(kw)

$K_{\alpha R}$，$K_{\alpha A}$ —— R 轮和 A 轮的包角修正系数

V ——带速(m/s)

大家知道，带速为 V(m/s) 时，R 轮和 A 轮为了传递功率 P_{dR} 和 P_{dA}(kw) 所需要的有效拉力(N) 为

$$F_R = \frac{1000P_{dR}}{V},\ F_A = \frac{1000P_{dA}}{V} \tag{6}$$

各轮在正常工作时，紧边和松边的实际拉力差应等于该轮的有效拉力，式(1)和(2)为 R 轮的紧边和松边的最小拉力，实际拉力一般更大一些，但紧边和松边的拉力增量必然是相等的，设其增量为 $\triangle F$，则式(1) 和(2) 可改写为：

紧边实际拉力 $F_{1R} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{V} + \triangle F$ (7)

松边实际拉力 $F_{2R} = (1 - 0.8K_{dR})F_{1Rmin} + \triangle F$ (8)

将式(7) － (8)，或将式(4) 移项，可得 R 轮和 A 轮的紧边和松边的实际拉力差，即有效拉力的公式为

$$F_{1R} - F_{2R} = F_{1Rmin} - F_{2Rmin} = \frac{1000P_{dR}K_{\alpha R}}{V} \tag{9}$$

$$F_{1A} - F_{2A} = \frac{1000P_{dA}K_{\alpha A}}{V} \tag{10}$$

将 $\alpha_R = 180°$ 或 $\alpha_A = 180°$ 时的 $K_{\alpha R} = 1$ 或 $K_{\alpha A} = 1$ 代入式(9) 和(10)，得

$F_{1R} - F_{2R} = F_R$，$F_{1A} - F_{2A} = F_A$

说明各轮紧边和松边实际拉力差与各自需要的有效拉力相等，可以传递功率 P_{dR} 和 P_{dA}

但如将 $\alpha_R < 180°$ 或 $\alpha_A < 180°$ 时的 $K_{\alpha R} < 1$ 或 $K_{\alpha A} < 1$ 代入式(9) 和(10)，则得

$F_{1R} - F_{2R} < F_R$　　$F_{1A} - F_{2A} < F_A$

说明此时各轮紧边和松边实际拉力差小于各自需要的有效拉力，不足以传递功率 P_{dR} 和 P_{dA} 了。

由此可见，联立方程(1)，(2)[或(7)，(8)] 和联立方程(3)，(4) 及其解式(9) 和(10) 仅

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

适用于 $\alpha_R = \alpha_A = 180°$ 的特殊情况，没有普遍意义。

另由式(3)可知，“手册”例图(图1)上，主动轮 R 是顺时针方向旋转的，右边为松边。这样，压紧轮就处于主动轮的紧边上了，这是不够合理的。现仍以例图形式的三从动轮传动为例，假设 R 轮逆时针方向旋转，各轮附近传动带的受力分析示于图2，图中弧线箭头表示的

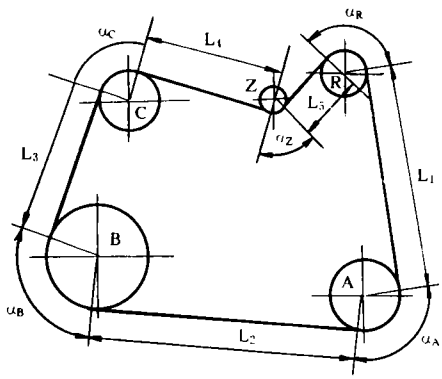


图1　多从动轮带传动

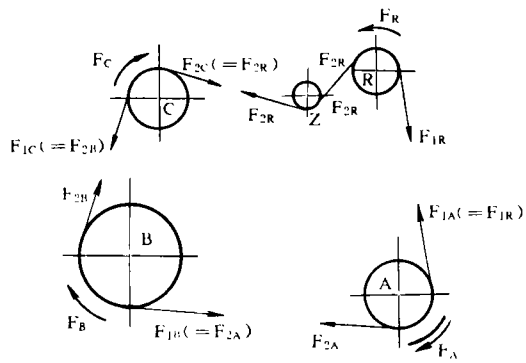


图2　传动带受力分析

$F_R, F_A \cdots$ 为带轮对受力体传动带的(摩擦)作用力，各段传动带的受力均得到平衡。(传动带对带轮作用的有效拉力与弧线箭头所示之力大小相等、方向相反)。

笔者以为，“手册”所列公式可改写如下：

主动轮 R

$$\text{紧边最小拉力 } F_{1Rmin} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{VK_{\alpha R}} \tag{11}$$

$$\text{松边最小拉力 } F_{2Rmin} = F_{1Rmin} - \frac{1000P_{dR}}{V} \tag{12}$$

$$\text{紧边实际拉力 } F_{1R} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{VK_{\alpha R}} + \triangle F \tag{13}$$

$$\text{松边实际拉力 } F_{2R} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{VK_{\alpha R}} - \frac{1000P_{dR}}{V} + \triangle F \tag{14}$$

从动轮 A

$$\text{紧边实际拉力 } F_{1A} = F_{1R} \tag{15}$$

$$\text{松边实际拉力 } F_{2A} = F_{1A} - \frac{1000P_{dA}}{V} \tag{16}$$

$$\text{紧边最小拉力 } F_{1Amin} = 1.25 \times \frac{1000P_{dA}}{VK_{\alpha A}} \tag{17}$$

从动轮 B

$$\text{紧边实际拉力 } F_{1B} = F_{2A} \tag{18}$$

$$\text{松边实际拉力 } F_{2B} = F_{1B} - \frac{1000P_{dB}}{V} \tag{19}$$

$$\text{紧边最小拉力 } F_{1Bmin} = 1.25 \times \frac{1000P_{dB}}{VK_{\alpha B}} \tag{20}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

从动轮 C 紧边实际拉力 $F_{1C}=F_{2B}$ (21)

松边实际拉力 $F_{2C}=F_{1C}-\dfrac{1000P_{dC}}{V}$ (22)

紧边最小拉力 $F_{1Cmin}=1.25\times\dfrac{1000P_{dC}}{VK_{\alpha C}}$ (23)

从动轮不打滑的条件为

$$F_{1A}>F_{1Amin}\qquad F_{1B}>F_{1Bmin}\qquad F_{1C}>F_{1Cmin} \tag{24}$$

主动轮不打滑的条件，可以在用普通单从动轮传动的计算方法确定V带根数时加以保证。

对于上列各组公式讨论如下：

1) 在包角或包角修正系数为任意值时，各轮紧边和松边的实际拉力差总是与各轮所需的有效拉力保持相等的关系，即：

$$F_{1R}-F_{2R}=F_R,\quad F_{1A}-F_{2A}=F_A\quad\cdots \tag{25}$$

各轮在正常的传动条件下，这种力的关系是必然存在的。

2) 由式(11)，(17)，(20)，(23)可见，当包角 $\alpha=180°$，即 $K_\alpha=1$ 时，各轮紧边最小拉力等于有效拉力的1.25倍，这是一个有实践基础的经验数据。当 $\alpha<180°$，即 $K_\alpha<1$ 时，其传动能力为 $\alpha=180°$ 时传动能力的 K_α 倍，即传动能力打了一个折扣，这时紧边最小拉力是 $\alpha=180°$ 时紧边最小拉力的 $\dfrac{1}{K_\alpha}$ 倍。因为传动能力与紧边最小拉力成正比，这样，紧边最小拉力的增加就正好抵消了由于包角的减小而引起传动能力的下降，从而可以维持正常的传动要求。

3) 式(12)是与式(2)完全相同的另一种表达形式，目的是与下面各组公式的形式一致，此式不但计算方便，且可直接看出 F_{2Rmin} 与 F_{1Rmin} 之差值为有效拉力的固定关系。

4) 当 $\alpha_R=180°$ 即 $K_{\alpha R}=1$ 时，将式(11)÷(12)可得 $\dfrac{F_{1Rmin}}{F_{2Rmin}}=5$，这与“手册”表序号9的说明是一致的。如上所述，当 $\alpha_R<180°$ 即 $K_{\alpha R}<1$ 时，紧边最小拉力需扩大 $\dfrac{1}{K_{\alpha R}}$ 倍，同时要保持与松边最小拉力之差等于有效拉力，此时比值 $\dfrac{F_{1Rmin}}{F_{2Rmin}}<5$，这与式(13)，(14)因为在各自最小拉力的基础上同时增加了一个 $\triangle F$ 后，$\dfrac{F_{1R}}{F_{2R}}<\dfrac{F_{1Rmin}}{F_{2Rmin}}$ 的情况是相同的。紧边与松边拉力比值的降低，对正常的传动是没有什么影响的，如同式(13)，(14)中 $\triangle F$ 较大不影响正常传动一样。(当然 $\triangle F$ 过大会对轴和轴承的受力，以及传动带的寿命产生不良影响)。

4 从动轮的最小匹配包角

各从动轮松紧边的实际拉力都是根据 F_{1R}(或 F_{2R})推算出来的，所以在传动带全长各部分都会产生与式(13)，(14)中相同的拉力增量 $\triangle F$.

$\triangle F$ 的存在，可以使根据最小拉力值设计的传动装置更为可靠，但它是一个与操作有关的不定值，无法置于计算之中，略去无妨。例如，A 轮不打滑的条件是 $F_{1A}=F_{1R}=F_{1Rmin}+\triangle F>F_{1Amin}$，略去 $\triangle F$ 后此式变为 $F_{1A}=F_{1Rmin}>F_{1Amin}$，如后式成立，则前式更能成立。故略去 $\triangle F$ 进行设计计算是安全的。

若在公式的推导中均略去 $\triangle F$，则

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$F_{1R} = F_{1Rmin}, \quad F_{2R} = F_{2Rmin} \tag{26}$$

由式(17)可知，F_{1Amin} 与 $K_{\alpha A}$ 成反比，F_{1Amin} 随 $K_{\alpha A}$ 的减小而增加，当 F_{1Amin} 增加到 F_{1A} 时，如 $K_{\alpha A}$ 继续减小就会产生打滑现象，所以 $F_{1Amin} = F_{1A}$ 时的 $K_{\alpha A}$ 是 A 轮的最小包角修正系数，写作 $K'_{\alpha A}$，其对应的包角为 A 轮的最小包角，写作 α'_A.

令 $F_{1Amin} = F_{1A}$，由式(17)，(15)，(26)，(11)可得

$$1.25 \times \frac{1000P_{dA}}{VK'_{\alpha A}} = 1.25 \times \frac{1000P_{dR}}{VK_{\alpha R}}$$

即

$$\frac{P_{dA}}{K'_{\alpha A}} = \frac{P_{dR}}{K_{\alpha R}} \tag{27}$$

式(27)表明，主动轮 R 的设计功率 P_{dR} 与其包角修正系数 $K_{\alpha R}$ 之比，等于主动轮紧边相邻从动轮 A 的设计功率 P_{dA} 与其最小包角修正系数 $K'_{\alpha A}$ 之比。如果 R 轮包角修正系数为 $K_{\alpha R}$ 时刚好能达到传递 P_{dR} 的能力，则 A 轮要达到传递 P_{dA} 能力的最小包角修正系数应为 $K'_{\alpha A}$，如 $K_{\alpha R}$ 具有储备余量，则 $K'_{\alpha A}$ 也具有相应的储备余量，因此 A 轮的 $K'_{\alpha A}$ 是 R 轮 $K_{\alpha R}$ 的最小匹配包角修正系数。相应地，A 轮的包角 α'_A 是 R 轮包角 α_R 的最小匹配包角。如 A 轮的实际包角 $\alpha_A > \alpha'_A$，就不会因传动能力不足而产生打滑现象。

同理，令 $F_{1Bmin} = F_{1B}$，令 $F_{1Cmin} = F_{1C}$ 可以得到 B 和 C 轮的最小匹配包角修正系数的公式

$$\frac{P_{dB}}{K'_{\alpha B}} = \frac{P_{dR}}{K_{\alpha R}} - \frac{P_{dA}}{1.25} \tag{28}$$

$$\frac{P_{dC}}{K'_{\alpha C}} = \frac{P_{dR}}{K_{\alpha R}} - \frac{P_{dA}}{1.25} - \frac{P_{dB}}{1.25} \tag{29}$$

若令 $\frac{P_{dA}}{P_{dR}} = a$，$\frac{P_{dB}}{P_{dR}} = b$，$\frac{P_{dC}}{P_{dR}} = c$，则可得到一组直接求取各从动轮最小匹配包角修正系数的公式

$$K'_{\alpha A} = aK_{\alpha R} \tag{30}$$

$$K'_{\alpha B} = \frac{1.25bK_{\alpha R}}{1.25 - aK_{\alpha R}} \tag{31}$$

$$K'_{\alpha C} = \frac{1.25cK_{\alpha R}}{1.25 - aK_{\alpha R} - bK_{\alpha R}} \tag{32}$$

由 $K'_{\alpha A}$，$K'_{\alpha B}$，$K'_{\alpha C}$ 查包角与包角修正系数的相应表格，可以得到各从动轮最小匹配包角值 α'_A，α'_B，α'_C.

在较常见的两从动带传动中，由于 $P_{dA} + P_{dB} = P_{dR}$，即 $a + b = 1$，式(31)可写成

$$K'_{\alpha B} = \frac{1.25(1-a)K_{\alpha R}}{1.25 - aK_{\alpha R}} \tag{33}$$

在式(30)和(33)中，a 为已知数，因此可根据 $K_{\alpha R}$ 同时确定 $K'_{\alpha A}$ 和 $K'_{\alpha B}$ 值。图3是用计算机根据式(30)和(33)绘制的线图，根据包角和包角修正系数的对应关系，在纵坐标上标有两种数值。

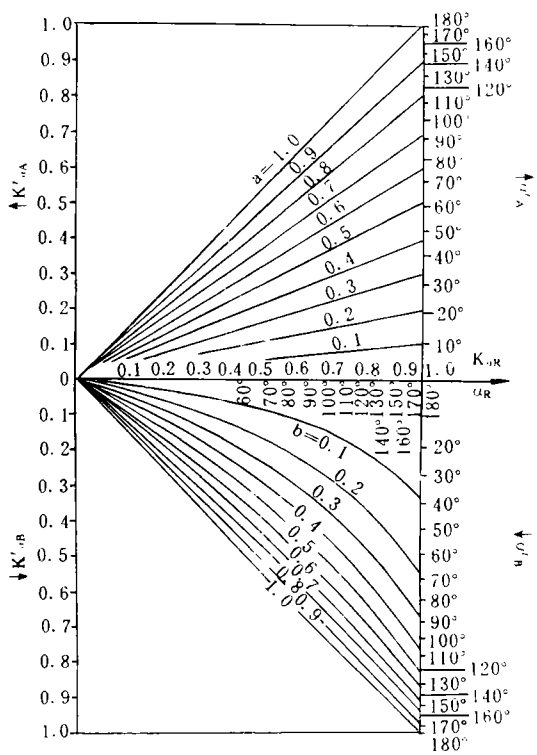


图3　两从动轮的匹配包角

$a = \frac{P_{dA}}{P_{dR}}$　　$b = \frac{P_{dB}}{P_{dR}} = 1 - a$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

根据α_R(或$K_{\alpha R}$),a和b值,利用图3可很方便地找到$K'_{\alpha A}$,$K'_{\alpha B}$或α'_A,α'_B,不需经过繁杂的计算就可迅速地判断各从动轮是否会打滑。

因为三个以上从动轮的带传动中,功率分配情况无固定的直接联系,无法画出相应的线图。但式(30)中的关系,不受功率分配情况的影响,所以图3中确定A轮$K'_{\alpha A}$或α'_A的线图仍可使用,而其他所有从动轮的最小匹配包角系数只能用式(31),(32)等计算得到。

由于各轮实际包角受传动布置和传动比等因素的制约,不能随意调配,难以达到指定值,所以要达到各轮的包角或传动能力完全匹配是难以实现的。校核中,可根据具体条件作一些调整,在各从动轮都满足不打滑条件的前提下,尽量避免过分超过最小匹配包角的情况,以使各轮的传动能力得到充分的发挥。

用最小匹配包角校核,和用紧边最小拉力验算不打滑条件是等效的。但前者计算简单方便,有时还能用查线图代替计算,直接发现打滑部位,指导有目标地调整参数,不失为一种快捷简便的新计算方法,具有一定的工程实用价值。

参 考 文 献

1 徐灏. 机械设计手册. 机械工业出版社,1991

Discussion on the Designing Calculation for Belt Driven of Multi Salve-wheels

Zhang Shengjie
(Dept. of Mech. Eng.)

Abstract The application range, wrap angle and calculation are revised. The calculation formula of minimun driven wheel wrap angle and the corresponding function graph are introdused in this paper, which make the ckeck of sliding condition simplified. It is useful for choosing the wrap angle in design.

Subject-words Belt drive; Pulleys; Tension / Wrapangle

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net