一九八三年　　无锡轻工业学院学报
（第一期）　　JOURNAL OF THE WUXI INSTITUTE OF LIGHT INDUSTRY　　（总第二期）

按机构效率设计直动从动杆的凸轮机构

吕庸厚

摘　　要

本文从直动从动杆的实际结构出发，指出了目前按压力角设计这类凸轮机构的弊病，提出了按机构效率作为设计依据的方法。这种新方法全面考虑了机构的效率、自锁和推力系数并能解决全部运动参数的选择和设计计算问题。这种设计依据除可用于尖端和滚子直动从动杆凸轮机构外，还可用于平底直动从动杆。本文不仅提出了新的设计准绳，而且提供了设计计算公式和必要的图表与数据并附有设计举例。

直动从动杆凸轮机构的运动设计主要应确定如下的一些尺寸：凸轮的基圆半径 r_o、偏距e、

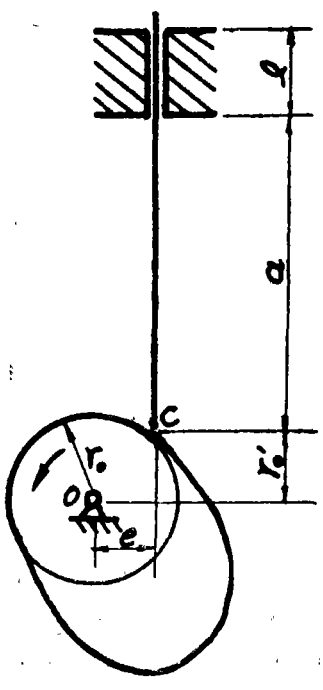


图 1

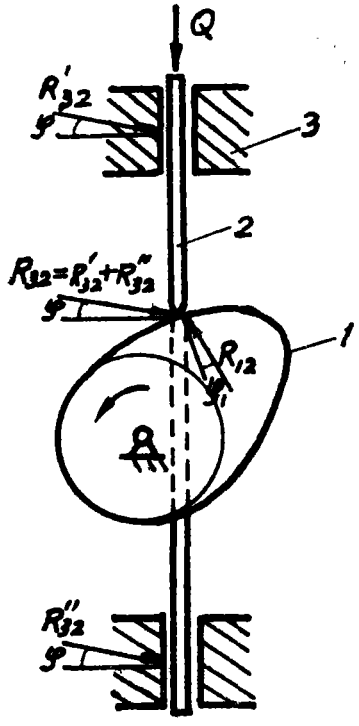


图 2

本文收到日期 1982 年 12 月 9 日

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

最大悬臂长度 a 和导轨长度 l（如图 1 所示）。

过去从图 2 所示的从动杆结构形式的受力情况出发，制订了按凸轮机构的最大压力角不超过许用值的设计方法。它只能确定凸轮的基圆半径和偏距，而且解决得还很不理想。作者曾几次看到按这方法设计出来的直动从动杆凸轮机构发生自锁现象。为了克服这弊病，本文提出按机构效率对直动从动杆凸轮机构进行运动设计的方法。

一、过去按压力角设计尖端和滚子直动从动杆凸轮机构的弊病

设计凸轮机构，不仅不能自锁，还需有合理的机构效率，较小的推力系数和尽可能小的尺寸。从图 3 所示的凸轮机构受力分析中，可以清楚看出采用压力角来确定这种凸轮基圆半径的缺点。

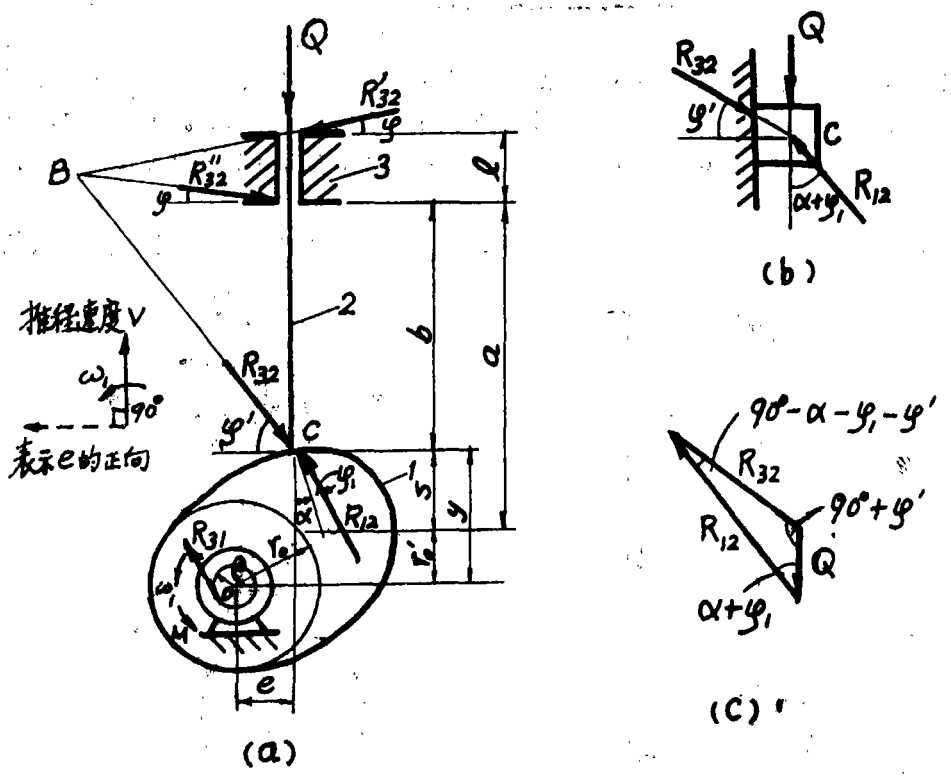


图 3

在图 3(a)中，作用于从动杆 2 上的力有 Q、R_2、R'_{32}、R''_{32}四个。现将 R'_{32} 和 R''_{32} 合并为一个通过 B 的合力 R_{32}。考虑到构件的平衡，于是作用于从动杆的三个力 Q、R_{12} 和 R_{32} 必相交于一点(即 C 点)，R_{32} 必在 B 和 C 两点的联线上。这时从动杆的受力情况和图 3(b)滑块的受力情况相似。显然当 $90°-(\alpha+\varphi_1)\leqslant\varphi'$

亦即当 $\alpha+\varphi_1+\varphi'\geqslant 90°$ (1)

时，机构处于自锁状态。其中 φ_1 为凸轮与从动杆间的摩擦角，φ' 为从动杆与导轨间的当量

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

摩擦角。而由图 3(a)知

$$tg\varphi' = \left(1 + \frac{2b}{l}\right) tg\varphi \tag{2}$$

式中 b 为悬臂长度，$tg\varphi$为从动杆与导轨两材料间的摩擦系数。

同时，由图 3(c)知，推力系数 ε

$$\varepsilon = \frac{R_{12}}{Q} = \frac{\cos\varphi'}{\cos(\alpha + \varphi_1 + \varphi')} \tag{3}$$

这种凸轮机构的效率(将在本文后面进行推导)为

$$\eta = \frac{\cos(\alpha + \varphi_1 + \varphi')(y\sin\alpha + e\cos\alpha)}{\cos\alpha\cos\varphi'[y\sin(\alpha + \varphi_1) + e\cos(\alpha + \varphi_1) + \rho]} \tag{4}$$

由 (1)、(3)、(4) 式知，不论就机构的自锁、推力系数还是就其效率而言，它们都不仅与 α 有关，还与当量摩擦角 φ′ 有关。后者又随从动杆的结构尺寸悬臂长度 b 和导轨长度 l 的数值而改变。如图 2 所示的结构形式，$tg\varphi' = tg\varphi$，对公式 (2) 而言相当于导轨长度等于无穷大。要选择一个固定的许用压力角与变化甚大的 φ′ 相配使机构效率高、避免自锁、推力系数小和机构尺寸紧凑的要求都得到较好的满足是不可能的。按许用压力角设计这种机构有时凸轮尺寸失之过大，有时推力系数大、效率低、甚至发生自锁现象。因此片面地按压力角来确定这种凸轮机构的基圆半径是很不恰当的。按压力角设计这种凸轮机构仅当它的结构形式为如图 2 所示的情况下才合理，但这机构的尺寸大，在结构上有时难以实现，故在实际应用中较为少见。

先看一个简单的例子：如图 4 所示的直动从动杆凸轮机构。从动杆作等速运动，凸轮轮廓为一倾斜直线。按许用压力角[α] = 30° 来设计这凸轮，其 θ 角可等于 30°。

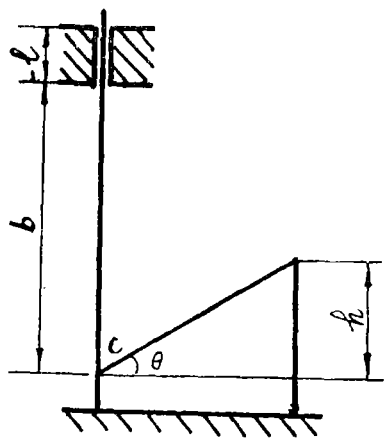


图 4

如果 b = 2.5h，l = 0.6h，$tg\varphi_1 = 0.1$，$tg\varphi = 0.15$。

则由(2)式 $tg\varphi' = \left(1 + \frac{2b}{l}\right) tg\varphi$

$$= \left(1 + \frac{2 \times 2.5h}{0.6h}\right) \times 0.15 = 1.4$$

$$\varphi' = 54.46°$$

和 $$\varphi_1 = \text{arctg}\, 0.1 = 5.71°$$

于是 $$\alpha + \varphi_1 + \varphi' = 30° + 5.71° + 54.46°$$

$$= 90.17° > 90°$$

由 (1) 式知该机构已处于自锁状态。近年来许用压力角的值有所提高，有些书认为要求凸轮尺寸尽可能小时，这种直动从动杆的许用压力角可取为 45°。上例如按这数值设计，则 b = 1.8h，l = 0.8h 时即发生自锁。这就足以说明只考虑 α 而不考虑 φ′ 是不行的。因此，有重新探讨设计直动从动杆凸轮机构的依据的必要。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

二、建议改用凸轮机构的效率作为设计直动从动杆凸轮机构的依据

直动从动杆的端部有尖端、滚子和平底的不同，下面分别讨论之。

(一)尖端和滚子的直动从动杆

首先讨论它的效率。

1、偏置的这种直动从动杆盘状凸轮机构的效率

在图 3(a)中　　$M = R_{21}[y\sin(\alpha+\varphi_1)+e\cos(\alpha+\varphi_1)+\rho]$

其中 ρ 为凸轮轴的摩擦圆半径，

由(3)式　　$R_{12}=\dfrac{\cos\varphi'}{\cos(\alpha+\varphi_1+\varphi')}Q$

$\therefore$　　$M=\dfrac{\cos\varphi'}{\cos(\alpha+\varphi_1+\varphi')}Q[y\sin(\alpha+\varphi_1)+e\cos(\alpha+\varphi_1)+\rho]$

不计摩擦时　　$M_0=\dfrac{Q}{\cos\alpha}(y\sin\alpha+e\cos\alpha)$

从而　　$\eta=\dfrac{M_0}{M}=\dfrac{\cos(\alpha+\varphi_1+\varphi')(y\sin\alpha+e\cos\alpha)}{\cos\alpha\cos\varphi'[y\sin(\alpha+\varphi_1)+e\cos(\alpha+\varphi_1)+\rho]}$　　(4)

(1)由于 ρ 与 $[y\sin(\alpha+\varphi_1)+e\cos(\alpha+\varphi_1)]$ 相比，其值甚小，可忽略不计，因此(4)式可写成

$$\eta=\frac{\cos(\alpha+\varphi_1+\varphi')(y\sin\alpha+e\cos\alpha)}{\cos\alpha\cos\varphi'[y\sin(\alpha+\varphi_1)+e\cos(\alpha+\varphi_1)]}\qquad(5)$$

(2)因 φ_1 较 α 为小，又由于从动杆的端部多采用滚子，有时还用滚动轴承充当滚子，φ_1 值更小，故可忽略不计，于是(5)可改写成

$$\eta=\frac{\cos(\alpha+\varphi')}{\cos\alpha\cdot\cos\varphi'}=1-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\varphi'\qquad(6)$$

式(6)实质上是这种直动从动杆在 R_{12} 作用下，不计 φ_1 时的效率。

2。用机构效率作为尖端和滚子直动从动杆凸轮机构的依据的论证

为简单起见，由于 $\eta=1-\Psi$

$\therefore$　　$\Psi=\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\varphi'$　　(7)

此处 Ψ 称损失系数。它与 η 一样对于凸轮机构不是一固定不变的值，而是随这种直动从动杆移到的位置而异。

建议使用(7)式这简化了的效率关系式(或损失系数关系式)来作为设计这种直动从动杆凸轮机构的依据，即要求这种凸轮机构变动着的损失系数的最大值不超过许用的损失系数 $[\Psi]$。

$$\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\varphi'\leqslant[\Psi]\qquad(8)$$

这样的设计保证了机构有较合理的效率。如取 $[\Psi]=0.3$，即该凸轮机构在忽略不计凸

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

轮轴与轴承以及凸轮与从动杆间的摩擦时有不低于70%的效率。

(1)Ψ 与无自锁可靠性系数的关系

忽略不计 φ_1 时，这种直动从动杆凸轮机构自锁条件的公式(1)改写成 $\alpha \geqslant 90^\circ - \varphi'$ 不产生自锁的压力角的极限值 $\alpha_{lim} = 90^\circ - \varphi'$

$$tg\alpha_{lim} = ctg\varphi' \tag{9}$$

凸轮机构在正常工作时不允许自锁，它的压力角应小于 α_{lim}，为了可靠起见，

令
$$\frac{tg\alpha_{lim}}{tg\alpha} = K \tag{10}$$

此处K称无自锁可靠性系数。K 应大于 1，愈大愈可靠。

将(9)代入(10)式

$$K = \frac{1}{tg\alpha \cdot tg\varphi'} = \frac{1}{\Psi} \tag{10'}$$

上式说明，对这种直动从动杆凸轮机构而言，按 Ψ 进行设计也就是按可靠性系数来设计。如保证机构的 Ψ 值不超过 0.3，就是保证 K 值不小于 3.33，使凸轮的工作条件远离自锁状态，保证不会产生自锁。

(2)Ψ 与推力系数 ε 的关系

忽略不计 φ_1，这种直动从动杆推力系数 ε 的公式(3)改写成

$$\varepsilon = \frac{\cos\varphi'}{\cos(\alpha + \varphi')} = \frac{1}{\cos\alpha(1 - tg\alpha tg\varphi')} = \frac{1}{\eta\cos\alpha} \tag{11}$$

由此知 ε 与 cosα 和 η 都有关系。只保证了 α，而 η 还可能很小，甚至为零，也就是说 ε 还可能很大，甚至无穷大，故按[α]设计这种直动从动杆凸轮机构不能保证推力系数 ε 在我们希望的数值范围内。但按[Ψ]来设计却能保证 ε 在一定的范围内。

$\because$ $\Psi = tg\alpha \cdot tg\varphi'$ 即 $tg\alpha = \frac{\Psi}{tg\varphi'}$

$\therefore$
$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Psi}{tg\varphi'}\right)^2}}$$

代入(11)式
$$\varepsilon = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\Psi}{tg\varphi'}\right)^2}}{1 - \Psi} \tag{11'}$$

由此知：在 Ψ 一定时，$tg\varphi'$ 越小，ε 将越大；在 $tg\varphi'$ 一定时，Ψ 越大，ε 也将越大。在按[Ψ]进行设计时，最大 Ψ 值不超过[Ψ]，最小的$tg\varphi'$不小于 $tg\varphi$(在图 1 中，l 要等于无穷大或在图 2 所示的情况，$tg\varphi'$ 才等于 $tg\varphi$)。

$\therefore$
$$\varepsilon_{max} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{[\Psi]}{tg\varphi}\right)^2}}{1 - [\Psi]} \tag{12}$$

如[Ψ] = 0.3，$tg\varphi = 0.15$，则

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\varepsilon_{max}=\frac{\sqrt{1+\left(\frac{0.3}{0.15}\right)^2}}{1-0.3}=\frac{2.236}{0.7}=3.194$$

Ψ 和 $tg\varphi'$ 的值均随从动杆移到的位置而变，一般情况最大的 Ψ 值和最小的 $tg\varphi'$ 值不会同时发生，所以 ε 要比上述 ε_{max} 小得多。如从动杆移到某一位置，$\frac{b}{l}=1$ 时，Ψ 达到最大值，它等于 0.3，则

$$\varepsilon=\frac{\sqrt{1+\left[\frac{0.3}{(1+2)\times 0.15}\right]^2}}{1-0.3}=\frac{1.202}{0.7}=1.717$$

故适当地选取[Ψ]，便能保证 ε 值在我们希望的数值范围内。若取[Ψ]$=0.3$，$tg\varphi=0.15$，ε 便不会超过 3.194。这也是用[Ψ]为设计依据的一大优点。

3．用[Ψ]作为设计依据的适用范围

图 2 所示的直动从动杆凸轮机构 $\varphi'=\varphi$，由(2)式知，它相当于图 1 所示机构中 $\frac{b}{l}=0$ 即 1 为无穷大的情况。因 $tg\varphi'=tg\varphi$ 为一常数，所以对图 2 所示情况，按[α]进行设计是用(8)式按[Ψ]进行设计的特例，包括在它之中。

公式(7)实质上是从动杆的损失系数公式，它与凸轮的型式无关，移动凸轮、圆柱凸轮、盘状凸轮都能用。

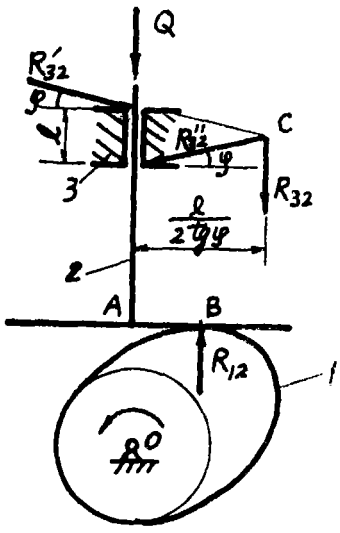


图 5

（二）平底直动从动杆

图 5 所示的平底直动从动杆凸轮机构，它的压力角总是等于零。由机械原理知，它的基圆半径大小是根据凸轮轮廓曲线不允许凹入的条件，按从动杆的运动规律来决定的，那末这种机构的其他尺寸又该如何确定呢？

当凸轮与平底从动杆间的摩擦忽略不计时，从动杆的受力情况将如图 5 所示。对 C 点取矩

$$R_{12}=\frac{Q\frac{l}{2tg\varphi}}{\frac{l}{2tg\varphi}-l_{AB}}=\frac{Q}{1-\frac{2l_{AB}}{l}tg\varphi}\qquad(13)$$

如 $tg\varphi=0$ 则 $R^0_{12}=Q$

于是忽略不计凸轮轴与轴承以及凸轮与从动杆间的摩擦时，机构效率：

$$\eta=\frac{R^0_{12}}{R_{12}}=1-\frac{2l_{AB}}{l}tg\varphi\qquad(14)$$

或

$$\Psi=\frac{2l_{AB}}{l}tg\varphi$$

由机械原理知：

$$l_{AB}=\frac{ds}{d\theta}\qquad(15)$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\therefore \qquad \Psi = 2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)\frac{tg\varphi}{l} \tag{14'}$$

平底直动从动件凸轮机构的自锁条件为：

$$2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)\frac{tg\varphi}{l} \geqslant 1$$

即

$$l \leqslant 2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)tg\varphi \tag{16}$$

由此知它的效率和自锁都与机构尺寸 l 有关，仍应该按机构的效率或损失系数来确定机构尺寸。

由(16)式的自锁条件，我们完全有理由令无自锁可靠性系数

$$K = \frac{1}{2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)tg\varphi} \tag{17}$$

将(14′)式代入

$$K = \frac{1}{\Psi} \tag{18}$$

得到与前述(10′)式相同的结果，按 Ψ 进行设计也就是按K来设计。

同时推力系数 $\varepsilon = \frac{R_{12}}{Q}$

由(13)式得

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - \frac{2\,l_{AB}\,tg\varphi}{l}} = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{1-\Psi}$$

这样说明，适当地选取 Ψ，便可保证 ε 值在我们希望的数值范围内。

若 η = 0.7，Ψ = 0.3，则 K = 3.33，ε = 1.4286，由此知平底直动从动杆的凸轮机构的尺寸，除其基圆半径外，仍应以[Ψ]作为它的设计依据。

由(14′)式 $2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)\frac{tg\varphi}{l} \leqslant [\Psi]$

$$l \geqslant \frac{2tg\varphi}{[\Psi]}\left(\frac{ds}{d\theta}\right) \tag{19}$$

这样对各种型式的直动从动杆凸轮机构，都应该用[Ψ]作为设计依据并将它们统一起来了。

综上所述，采用[Ψ]作为设计直动从动杆凸轮机构的依据的优点是：

第一，它全面考虑了机构的效率、自锁和推力系数以及机构的尺寸，用[Ψ]作为设计依据可以保证较好的满足上述设计的要求。

第二，它不仅能确定尖端和滚子直动从动杆凸轮机构的基圆半径和偏距，还可指导我们合理地选择直动从动杆凸轮机构的最大悬臂长度 a，导轨长度 l，全面地解决了直动从动杆凸轮机构的运动设计问题。

第三，它可以作为所有直动从动杆凸轮机构的设计依据（不管凸轮和从动杆的端部属哪一种类型）。按[α]设计图 2 所示机构是按[Ψ]设计的特例，也包括在这种设计依据之内。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

由于平底直动从动杆凸轮机构应确定的基圆半径和导轨长度 l，前面都已阐述，下面仅讨论尖端和滚子直动从动杆凸轮机构的设计问题。

三、按[ψ]设计直动从动杆圆柱凸轮机构

（一）设计计算方法

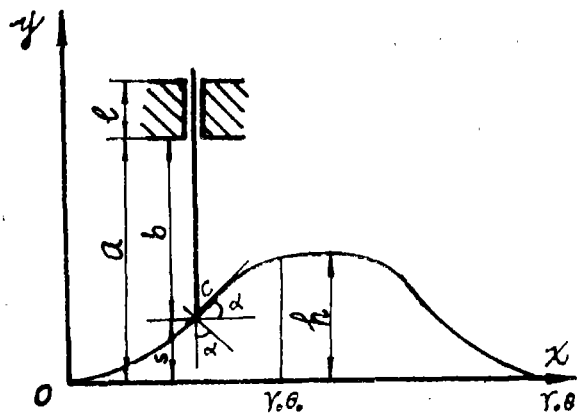


图 6

将圆柱凸轮展开(如图 6 所示)，图中r_0为基圆半径，θ_0为从动杆推程运动角，h 为升程。

由图 6 知

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{r_0}\frac{ds}{d\theta} \tag{20}$$

$$b = a - s$$

代入(2)

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{1+2a-2s}{l}\operatorname{tg}\varphi \tag{21}$$

将(20)、(21)式代入(7)

$$\Psi = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{l\,r_0}(1+2a-2s)\frac{ds}{d\theta} \tag{22}$$

在给定从动杆运动规律的情况下，如已知 l、a、φ 和 r_0，则可由 (22) 式求得凸轮在任一转角 θ 时的 Ψ 值，将(22)式对 θ 求导

$$\frac{d\Psi}{d\theta} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{l\,r_0}\left[-2\left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2 + (1+2a-2s)\frac{d^2s}{d\theta^2}\right]$$

令 $\frac{d\Psi}{d\theta}=0$ 则得 Ψ 为极值时的 θ 和相应的 s、$\frac{ds}{d\theta}$ 和 $\frac{d^2s}{d\theta^2}$，今在它们符号旁加下标 p 以示区别

$$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p^2 = \frac{1+2a-2s_p}{2}\left(\frac{d^2s}{d\theta^2}\right)_p \tag{23}$$

反之如已知 l、a、φ 和[Ψ]，将由(23)式求得的 θ_p 代入(22)式，则可求得保证不超过给定的许用损失系数[Ψ]的基圆半径 r_0，这时(22)式可写成

$$r_0 \geqslant \frac{\operatorname{tg}\varphi}{l[\Psi]}(1+2a-2s_p)\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p \tag{24}$$

如从动杆的导轨呈图 2 所示的形式，机构可看作 l 为无穷大的特殊情况，这时(24)式可写成

$$r_0 \geqslant \frac{\operatorname{tg}\varphi}{[\Psi]}\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p \tag{25}$$

又因在这种情况下 $\operatorname{tg}\varphi' = \operatorname{tg}\varphi$ 为一常数，(8)式可写成$[\Psi] = \operatorname{tg}[\alpha]\operatorname{tg}\varphi$，将它代入上

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式，即得以前按[α]设计这种凸轮机构的公式

$$r_0 \geqslant \frac{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p}{tg[\alpha]} \tag{25'}$$

（二）设计举例

下面分别以从动杆运动规律为等速、余弦、正弦和五次多项式为例进行讨论。

1．等速运动

由(20)式知，它的压力角α保持不变。由(21)式知，s=0即θ=0时tgφ′为最大，故Ψ_{max}发生于θ=0处，将上述值代入(24)式得

$$r_0 \geqslant \frac{tg\varphi}{l[\Psi]}(l+2a)\frac{v}{\omega_1} = \frac{tg\varphi\, h}{l[\Psi]\theta_0}(l+2a)$$

用无因次的关系　令$L=\frac{l}{h}$，$A=\frac{a}{h}$，$R_0=\frac{r_0}{h}$则得

$$R_0 \geqslant \frac{tg\varphi}{L[\Psi]\theta_0}(L+2A) \tag{26}$$

例1　如A=2.7，L=0.5，[Ψ]=0.3，tgφ=0.15，$\theta_0=\pi$，试求滚子直动从动杆圆柱凸轮的基圆半径R。

由(26)式得　　$R_0 \geqslant \frac{0.15}{0.5\times 0.3\times\pi}(0.5+2\times 2.7)=1.878$

但若按以前的许用压力角[α]来设计

由(25′)式　　$r_0 \geqslant \frac{1}{tg[\alpha]}\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p$

$$R_0 \geqslant \frac{1}{\theta_0 tg[\alpha]}$$

[α]=30°

$$R_0 \geqslant \frac{1}{\pi tg30^\circ}=0.5513$$（与按[Ψ]设计而得的1.878相差很大）

如本题取$R_0=0.5513$，由(22)式可计算其损失系数

当θ=0°，　　$\Psi_{max}=\frac{0.15h}{0.5\times 0.5513\times\pi h^2}(0.5+2\times 2.7)h=1.02$

$$\eta_{min}=1-\Psi_{max}=-0.02$$

说明这种机构如按[α]设计将处于自锁状态，不能转动。

2．加速度为余弦运动规律

$$S=\frac{h}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{\theta_0}\theta\right)$$

令$\frac{\theta}{\theta_0}=x$则

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{h}{2}(1-\cos\pi x) \\ \frac{ds}{d\theta} &= \frac{h\pi}{2\theta_0}\sin\pi x \\ \frac{d^2s}{d\theta^2} &= \frac{h\pi^2}{2\theta_0^2}\cos\pi x \end{aligned}\right| \qquad (27)$$

代入(23)式

$$\frac{h^2\pi^2}{4\theta_0^2}\sin^2(\pi x)_p = \frac{1+2a-h+h\cos(\pi x)_p}{2}\times\frac{h\pi^2}{2\theta_0^2}\cos(\pi x)_p$$

整理后并用无因次的关系得

$$1-\cos^2(\pi x)_p = (L+2A-1)\cos(\pi x)_p + \cos^2(\pi x)_p$$

$$\cos(\pi x)_p = \frac{-(L+2A-1)\pm\sqrt{(L+2A-1)^2+8}}{4} \qquad (28)$$

将(27)式代入(24)式，整理后并用无因次的关系得

$$R_o \geqslant \frac{\pi tg\varphi}{2[\Psi]\theta_o L}[L+2A-1+\cos(\pi x)_p]\sin(\pi x)_p \qquad (29)$$

例 2　如 A = 3.1，L = 0.5，$tg\varphi = 0.15$，$\theta_o = \pi$，$[\Psi] = 0.3$，试求滚子直动从动杆圆柱凸轮的基圆半径 R_o。

由(28)式

$$\cos(\pi x)_p = \frac{-(0.5+6.2-1)\pm\sqrt{(0.5+6.2-1)^2+8}}{4} = 0.16579383$$

$$\pi x_p = 1.4042334 \qquad x_p = 0.44698$$

代入(29)式

$$R_o \geqslant \frac{\pi\times 0.15}{2\times 0.3\times\pi\times 0.5}[0.5+6.2-1+0.16579383]\sin 1.4042334$$
$$= 2.8923$$

但若按以前的许用压力角$[\alpha]$来设计

由(27)式　　$\frac{ds}{d\theta} = \frac{h\pi}{2\theta_o}\sin\pi x$

余弦运动的$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_{max}$发生于 $\theta = \frac{\theta_o}{2}$，即 $x = \frac{1}{2}$之处，$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p = \frac{h\pi}{2\theta_o}$

代入(25′)式　　$r_o \geqslant \frac{h\pi}{2\theta_o tg[\alpha]}$

$$R_o \geqslant \frac{\pi}{2\pi tg30^\circ} = \frac{1}{2\times tg30^\circ} = 0.866$$

若本题取 $R_o = 0.866$，

由(22)式计算 Ψ_{max}

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\Psi_{max}=\frac{tg\varphi}{LR_o}(L+2A-1+\cos\pi x_p)\frac{\pi}{2\theta_o}\sin(\pi x)_p$$

$$=\frac{0.15}{0.5\times0.866}(0.5+6.2-1+0.1658)\frac{\pi}{2\pi}\sin 1.40423$$

$$=1.00195$$

$$\eta_{min}=-0.00195$$

说明机构处于自锁状态，不能转动。

3．加速度为正弦运动规律

$$s=\frac{h}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{\theta_o}\theta-\sin\frac{2\pi}{\theta_o}\theta\right)=\frac{h}{2\pi}(2\pi x-\sin 2\pi x)$$

$$\frac{ds}{d\theta}=\frac{h}{\theta_o}(1-\cos 2\pi x) \qquad (30)$$

$$\frac{d^2s}{d\theta^2}=\frac{2\pi h}{\theta_o^2}\sin 2\pi x$$

将(30)式代入(23)式经整理后并用无因次的关系得

$$\frac{1}{\pi}\left[\frac{2(\cos 2\pi x_p-1)}{tg\,2\pi x_p}+2\pi x_p\right]=L+2A \qquad (31)$$

将(30)式代入(24)式，用无因次的关系表示之

$$R_o\geqslant\frac{tg\varphi}{[\Psi]\theta_o L}\left[L+2A-\frac{1}{\pi}(2\pi x_p-\sin 2\pi x_p)\right](1-\cos 2\pi x_p) \qquad (32)$$

但已知L和A借(31)式求x_p值不方便，改用先给x_p，借(31)求(L+2A)，再由x_p和求得的(L+2A)借(32)式求$\left\{\frac{[\Psi]\theta_o L}{tg\varphi}R_o\right\}_{min}$。将这一系列$x_p$算得的(L+2A)和$\frac{[\Psi]\theta_o L}{tg\varphi}R_o$列于表一，并在图7中画出横坐标为(L+2A)，纵坐标分别为x_p和$\left\{\frac{[\Psi]\theta_o L}{tg\varphi}R_o\right\}_{min}$的线图。当已知L和A时，按(L+2A)的值便可由图7得到相应的x_p和$\left\{\frac{[\Psi]\theta_o L}{tg\varphi}R_o\right\}_{min}$，由后者可直接求$R_o$值。

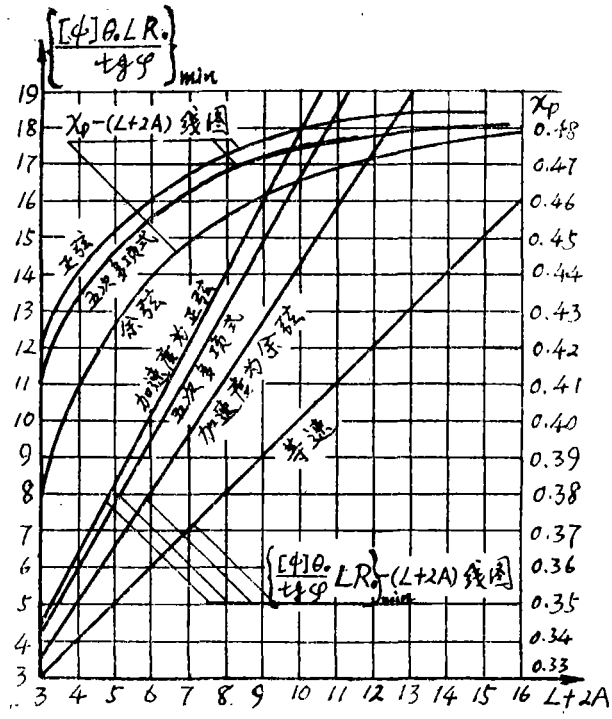


图7

例3　如A=3.1，　L=0.5，$[\Psi]=0.3$，$tg\varphi=0.15$，$\theta_o=\pi$。试求直动从动杆圆柱凸轮的基圆半径。

解：由于L+2A=6.7

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表一

x_p	正弦运动规律		五次多项式	
	$L+2A$	$\left\{\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}R_0\right\}_{min}$	$L+2A$	$\left\{\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}R_0\right\}_{min}$
0.40	2.385	3.2058	2.7085	3.5832
0.41	2.6701	3.7268	3.0289	4.1415
0.42	3.0128	4.365	3.4155	4.8202
0.43	3.4370	5.1667	3.8961	5.6863
0.44	3.9829	6.2140	4.5171	6.8119
0.45	4.7227	7.6502	5.3620	8.3583
0.46	5.801	9.7634	6.5982	10.6391
0.47	7.555	13.2311	8.6162	14.3867
0.475	8.9394	15.9795	10.2113	17.3595
0.48	10.9989	20.0781	12.5877	21.7975
0.4825	12.4630	22.9963	14.2781	24.9582
0.485	14.4096	26.8793	16.5266	29.1653
0.4875	17.1281	32.3063	19.6680	35.0465
0.49	21.1976	40.4352	24.3719	/

由图7得相应的纵坐标上的$\left\{\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}R_0\right\}_{min}$值为11.7，即$\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}R_0 \geqslant 11.7$

$$R_0 \geqslant 11.7\times\frac{0.15}{0.3\times\pi\times0.5}=3.724$$

如将$[\Psi]=0.3$改用$[\Psi]=1$代入上式，则得$A=3.1$，$L=0.5$，$tg\varphi=0.15$，$\theta_0=\pi$时，刚生自锁的基圆半径

$$R_0=11.7\times\frac{0.15}{1\times\pi\times0.5}=1.117$$

若按以前的许用压力角$[\alpha]$进行设计，因$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_{max}$发生于$\theta=\frac{\theta_0}{2}$之处，$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p=\frac{h}{\theta_0}(1-\cos\pi)$，由(25′)式 $r_0\geqslant\frac{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p}{tg[\alpha]}=\frac{h(1-\cos\pi)}{\theta_0 tg[\alpha]}$

$$R_0=\frac{r_0}{h}\geqslant\frac{2}{\pi\,tg30^\circ}=1.10$$

如本题取$R_0=1.10$，因它小于1.117，机构将发生自锁，不能转动。

4．用多项式表示的运动规律

下面以五次多项式为例

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$S = h\left[10\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^3 - 15\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^4 + 6\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^5\right] = h[10x^3 - 15x^4 + 6x^5]$$

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{30h}{\theta_0}x^2(1-x)^2 \qquad (33)$$

$$\frac{d^2s}{d\theta^2} = \frac{60h}{\theta_0^2}x(1-x)(1-2x)$$

将(33)式代入(23)式，经整理后并用无因次关系得

$$\frac{x_p^3(50 - 160x_p + 162x_p^2 - 54x_p^3)}{1-2x_p} = L + 2A \qquad (34)$$

将(33)式代入(24)式，经整理后并用无因次关系得

$$R_0 \geqslant \frac{30\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]\theta_0 L}[L + 2A - 2x_p^3(10 - 15x_p + 6x_p^2)]x_p^2(1-x_p)^2 \qquad (35)$$

与正弦运动规律同，将一系列 x_p 值代入(34)和(35)式算得相应的 $(L+2A)$ 和 $\left\{\frac{[\Psi]\theta_0 L}{\mathrm{tg}\varphi}R_0\right\}_{min}$ 值列于表一，并在图 7 中画出其线图。在图 7 中还画出等速运动和加速度为余弦的线图，以便于运算和比较。画出这些线图后发现余弦、正弦、五次多项式三种运动规律的 $\left\{\frac{[\Psi]\theta_0 L}{\mathrm{tg}\varphi}R_0\right\}_{min}$ 均与$(L+2A)$成近似的直线关系，于是又得如下的近似关系式（等速运动的关系由(26)式知为一直线关系）：

余弦运动：
$$\frac{[\Psi]\theta_0 L}{\mathrm{tg}\varphi}R_0 \geqslant 1.57(L + 2A - 0.870)$$

$$R_0 \geqslant \frac{1.57\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}\left(1 + \frac{2A - 0.870}{L}\right) \qquad (36)$$

正弦运动：
$$R_0 \geqslant \frac{2\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}\left(1 + \frac{2A - 0.870}{L}\right)$$

五次多项式：
$$R_0 \geqslant \frac{1.875\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}\left(1 + \frac{2A - 0.870}{L}\right)$$

它们在实用范围内的误差不超过 1%。

等速运动规律的精确公式为：

$$R_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}\left(1 + \frac{2A}{L}\right) \qquad (26')$$

这样由(36)和(26′)式不仅已知A和L很容易求得最小的凸轮基圆半径，而且将其中任一参数作为未知量都甚易求得其解。

对从动杆的导轨为图 2 所示的凸轮机构，只需将(36)和(26′)式中的L视为无穷大，即得它的基圆半径公式：

余弦运动规律	$R_0 \geqslant \frac{1.57\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}$
正弦运动规律	$R_0 \geqslant \frac{2\ \mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}$
五次多项式	$R_0 \geqslant \frac{1.875\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}$
等速运动规律	$R_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\theta_0[\Psi]}$

(37)

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

如将 $\frac{[\Psi]}{\mathrm{tg}\varphi}$ 代以tg[α]，则得以前按[α]设计完全相同的公式。

对图2所示的凸轮机构，如取[α]=30°，tgφ仍作0.15，则由公式(7)知，[Ψ]=tg[α]×tgφ=tg30°×0.15=0.0866，η的最小值高达91.34%。考虑到φ_1和ρ的存在，效率要降低些，但仍很高。这便徒增基圆半径的尺寸，使机构不紧凑，说明采用[α]等于30°，对图2所示的凸轮机构失之过小，而对另一些图3所示的凸轮机构又嫌失之过大，会使机构产生自锁。由此看出，按[α]来设计直动从动杆的凸轮机构，无法找到一个合理的许用压力角，只有用[Ψ]来作设计依据，才可避此弊端。

四、按[ψ]设计尖端和滚子直动从动杆盘状凸轮机构

(一)设计计算方法

对于图3(a)所示直动从动杆盘状凸轮的压力角α，由机械原理知：

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}-e}{s+r_0'} \tag{38}$$

其中偏距e规定以从动杆推程速度矢量按凸轮角速度ω_1的转动方向转90°后的指向为正(如图3(a)所示)。图中凸轮轴向左偏离从动杆与e的正向一致，偏距e为正值，反之向右偏离从动杆，偏距e为负值。

将(38)和(21)式代入 $\Psi=\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\varphi'$

得
$$\Psi=\frac{\mathrm{tg}\varphi}{l}\times\frac{(l+2a-2s)}{s+r_0'}\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}-e\right) \tag{39}$$

将Ψ对θ求导，并令$\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\theta}=0$，得Ψ为极值时，$\theta_p$应满足的条件：

$$(l+2a-2s_p)\left(\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}\theta^2}\right)_p-2\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta_p}-e\right)\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta_p}=\frac{l+2a-2s_p}{s_p+r_0'}\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta_p}-e\right)\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta_p} \tag{40}$$

在给定运动规律的情况下，如已知l、a、φ、e和r_0'，则可由(40)式求得θ_p，再将它代入(39)式，可求得Ψ_{max}值。反之，如已知l、a、φ、e和[Ψ]，可由(39)和(40)两式联立解得θ_p和r_0'。具体作法是在两式中先消去r_0'，得

$$\frac{[\Psi]l}{\mathrm{tg}\varphi}=(l+2a-2s_p)\frac{\left(\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}\theta^2}\right)_p}{\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}\right)_p}-2\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}\right)_p+2e \tag{41}$$

将(41)式解得的θ_p代入(39)式，可求得保证不超过许用损失系数[Ψ]的r_0'，此时(39)式可改写成

$$r_0'\geqslant\frac{\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]l}(l+2a-2s_p)\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta_p}-e\right)-s_p \tag{42}$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

基圆半径　　$r_0=\sqrt{(r_0')^2+e^2}$　　(43)

以上是具有偏距 e 的一般情况。对心的尖端和滚子直动从动杆盘状凸轮的计算公式只需将上述各式中的 e 等于零即可。

对图 2 所示的凸轮机构，只需将(41)和(42)式中的 l 看作无穷大，即得

$$\frac{[\Psi]}{tg\varphi}=\frac{\left(\frac{d^2s}{d\theta^2}\right)_p}{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p} \tag{44}$$

$$r_0'\geqslant\frac{tg\varphi}{[\Psi]}\left(\frac{ds}{d\theta_p}-e\right)-s_p \tag{45}$$

如将$\frac{[\Psi]}{tg\varphi}=tg[\alpha]$代入上述两式，则得以前按[α]设计的计算公式

对偏置的尖端和滚子直动从动杆，在凸轮推动从动杆完成工作行程过程中，在 θ = 0（即 s = 0）之处，其 ψ_0 还可能最大，故尚需使 $\Psi_0\leqslant[\Psi]$。因 α 总是正值，所以当(38)式等号右端的分子$\left(\frac{ds}{d\theta}-e\right)$为负值时应取它的绝对值。当 θ = 0 时，$\frac{ds}{d\theta}=0$，由(38)式知 $tg\alpha_0=\frac{e}{r_0'}$，同时$tg\varphi'=\left(1+\frac{2a}{l}\right)tg\varphi$。于是由(7)式

$$\Psi_0=\frac{tg\varphi}{l}\frac{l+2a}{r_0'}e\leqslant[\Psi] \tag{46'}$$

写成无因次的关系式

$$\frac{(L+2A)tg\varphi}{LR_0'}E\leqslant[\Psi] \tag{46}$$

此处 $E=\frac{e}{h}$，　$R_0'=\frac{r_0'}{h}$

如不满足(46)式，需要加大 R_0'，直到能满足(46)式为止。

（二）设计举例

下面分别以从动杆的运动规律为等速、余弦、正弦和五次多项式为例，说明其解法。

1．等速运动

在(38)式中，由于$\left(\frac{ds}{d\theta}-e\right)$为一常量，所以当 s = 0 时，tgα 值为最大。同时由(2)式知，当 s = 0 时，tgφ′ 亦为最大，因之 Ψ 的极值发生于 s = 0 之处。将 $s_p=0$，$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p=\frac{h}{\theta_0}$ 代入(42)式得

$$r_0'\geqslant\frac{tg\varphi}{[\Psi]l}(l+2a)\left(\frac{h}{\theta_0}-e\right)$$

$$R_0'\geqslant\frac{tg\varphi}{[\Psi]\theta_0 L}(L+2A)(1-E\theta_0) \tag{47}$$

对心直动从动杆盘状凸轮(E = 0)

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$R_0 = R'_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]\theta_0 L}(L+2\Lambda) \tag{48}$$

对图 2 所示机构，由(47)式得

$$R'_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]\theta_0}(1-E\theta_0) \tag{49}$$

(48)式与作等速运动的直动从动杆圆柱凸轮的基圆半径公式(26)式相同。

2. 加速度为余弦的运动规律

将加速度为余弦运动规律的关系式(27)代入(41)和(42)式经整理后并用无因次的关系得

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{\mathrm{tg}\varphi} - 2E\right\}\theta_0 = \pi \mathrm{ctg}\pi x_p (L+2A) + \pi\left[\frac{\cos(2\pi x_p)}{\sin\pi x_p} - \mathrm{ctg}\pi x_p\right] \tag{50}$$

$$R'_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{2[\Psi]\theta_0 L}(L+2\Lambda-1+\cos\pi x_p)(\pi\sin\pi x_p - 2E\theta_0) - \frac{1}{2}(1-\cos\pi x_p) \tag{51}$$

由(50)式解得 x_p 代入(51) 式即可求得 R'_0。由 (50) 式求 x_p 可用选代法逐步趋近精确解，但计算一般较繁。本文推荐用线图求解的方法。在(50)式中，给定一个 x_p 值后，$\left\{\frac{[\Psi]L}{\mathrm{tg}\varphi} - 2E\right\}\theta_0$ 与$(L+2A)$为一直线关系式，给出一系列的 x_p 值，便可在图 8 中画出一

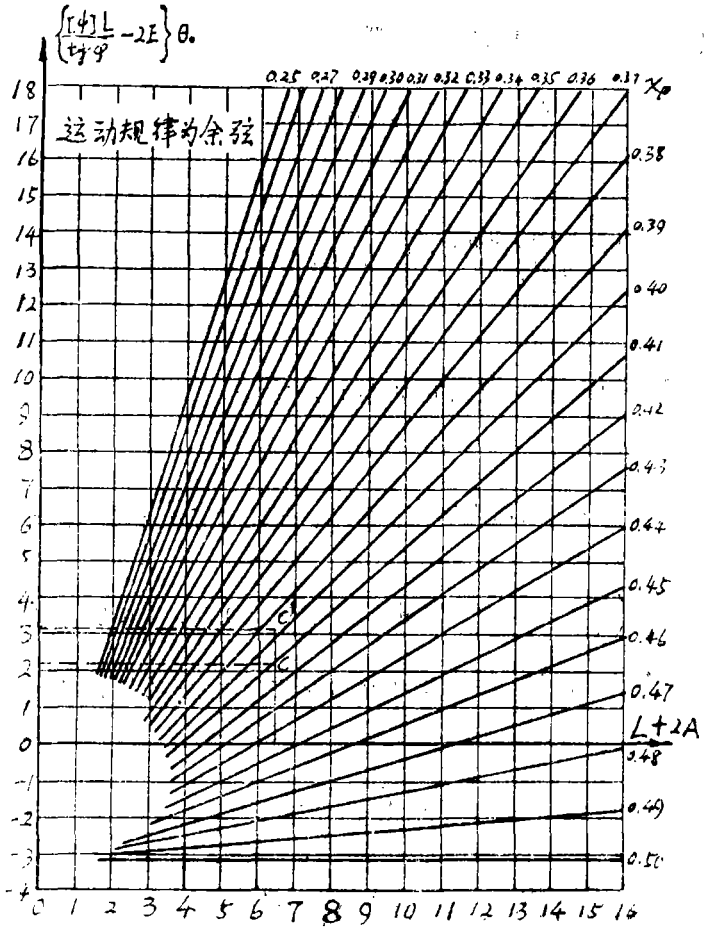


图 8

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

系列直线的线图。于是当已知 L，A，[Ψ]，θ_o，tgφ 和 E 时，便可在图 8 中确定横坐标为 (L + 2A)，纵坐标为 $\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o$ 的一个点，按这点在一系列 x_p 的直线线图中的位置来确定 x_p 值。

例 4　A = 3，L = 0.5，[Ψ] = 0.3，tg φ = 0.15，$\theta_o=\pi$，E = 0.15，求偏置的滚子直动从动杆盘状凸轮的基圆半径 R_o。

解：在图 8 中，确定横坐标 L + 2A = 0.5 + 2 × 3 = 6.5，纵坐标

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o=\left(\frac{0.3\times0.5}{0.15}-0.15\times2\right)\pi=2.199$$

的点 c，由图 8 知，其 x_p 值为 0.411。将 x_p 的值代入(51)式

$$R_o'\geqslant\frac{0.15}{2\times0.3\pi\times0.5}(0.5+2\times3-1+\cos\pi x_p)(\pi\sin\pi x_p-2\times0.15\pi)$$
$$-\frac{1}{2}(1-\cos\pi x_p)=1.5474$$

校核 θ = 0 处的 Ψ_o，如取 $R_o'=1.5474$，由(46)式

$$\Psi_o=\frac{(0.5+2\times3)\times0.15}{0.5\times1.5474}\times0.15=0.1890<[\Psi]$$

$$\therefore\quad R_o=\sqrt{(R_o')^2+E^2}=\sqrt{(1.5474)^2+(0.15)^2}=1.5547$$

又因(50)式等式右端第二项 $\pi\left[\frac{\cos(2\pi x_p)}{\sin\pi x_p}-ctg\pi x_p\right]$ 的值在 x_p 的实用范围内变化不大(从 −3.2208 到 −3.7069)，故可近似地看作常量，取其中间数值 −3.45，则得 (50) 式的近似式

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o=\pi ctg\pi x_p(L+2A)-3.45\qquad(50')$$

于是上例的 x_p 值又可用(50′)式来计算，即

$$tg\pi x_p=\frac{\pi(L+2A)}{\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o+3.45}=\frac{\pi(0.5+2\times3)}{\left(\frac{0.3\times0.5}{0.15}-2\times0.15\right)\pi+3.45}$$

$$=3.6148$$

$$\pi x_p=1.3009$$

$$x_p=0.4141(\text{与前面按图 8 求得的 0.411 相比误差不超过 1\%})$$

例 5　如 A = 3，L = 0.5，[Ψ] = 0.3，tgφ = 0.15，$\theta_o=\pi$，求对心的滚子直动从动杆盘状凸轮的基圆半径 R_o。

解　在图 8 中确定横坐标 L + 2A = 0.5 + 2 × 3 = 6.5，纵坐标

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o=\frac{0.3\times0.5}{0.15}\times\pi=\pi$$

的点 C′，由图 8 知。其 x_p 值为 0.397。将 x_p 值代入(51)式，得

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$R_o = R'_o \geqslant \frac{0.15}{2\times 0.3\times\pi\times 0.5}(0.5+2\times 3-1+\cos 0.397\pi)\times\pi\sin 0.397\pi$$

$$-\frac{1}{2}(1-\cos 0.397\pi) = 2.417$$

为了简化计算，对心的尖端和滚子直动从动杆盘状凸轮机构的基圆半径还可由图 9 直接求得。在图 8 中，任一点 c 的横坐标 (L + 2A)，纵坐标 $\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi} - 2E\right\}\theta_o$ 和 x_p 的值都已知，由于 E 等于零，纵坐标的值亦即为 $\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}\theta_o$ 的值。将它们代入(51)式即可算得 c 点处的 $(R_o)_{min}$，将这些 $(R_o)_{min}$ 等值的 c 点连接起来，便得图 9 所示的线图。这样当对心的尖端和滚子直动从动杆盘状凸轮机构的 L、A、[Ψ]、tgφ 和 θ_o 均已知时，在图 9 中便可找到横坐标为 (L + 2A)、纵坐标为 $\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}\theta_o$ 的一个点，按此点在 $(R_o)_{min}$ 等值线中的位置来确定 $(R_o)_{min}$ 的大小。如例 5，$L + 2A = 6.5$，$\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}\theta_o = \pi$，由图 9 可看出 $(R_o)_{min} = 2.41$

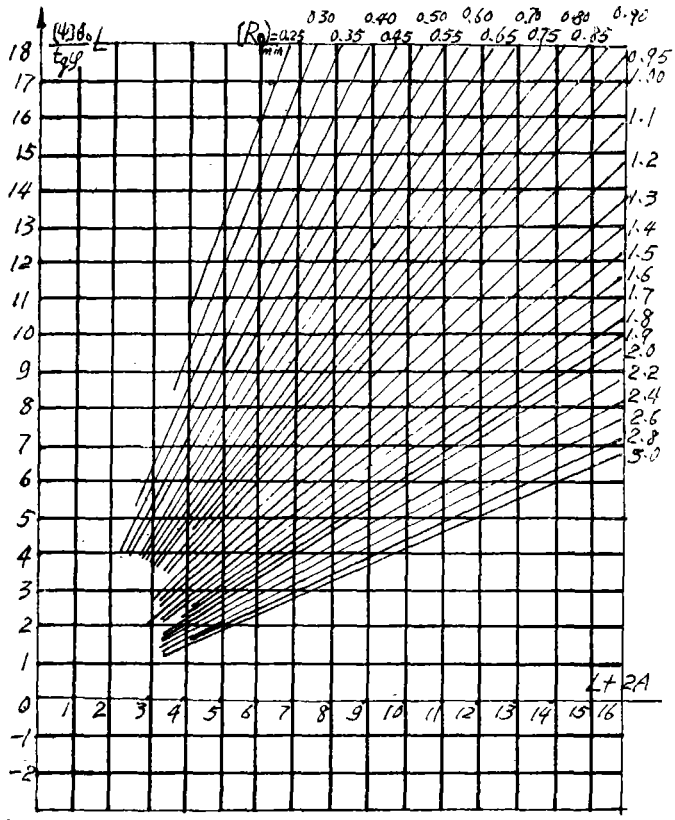


图 9

对图 2 所示的凸轮机构，其计算公式仍可用(50)、(51)式，仅需将其中的 L 看作无穷大，这样上述两式变成

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{[\Psi]\theta_0}{tg\varphi} = \pi ctg\pi x_p$$

和
$$R'_0 \geqslant \frac{tg\varphi}{2[\Psi]\theta_0}(\pi\sin\pi x_p - 2E\theta_0) - \frac{1}{2}(1-\cos\pi x_p)$$

它们亦即为(27)式代入(44)和(45)式的结果

如按以前的许用压力角进行设计，只需将上两式中的$\frac{[\Psi]}{tg\varphi}$代以$tg[\alpha]$

即
$$tg\pi x_p = \frac{\pi}{\theta_0 tg[\alpha]}$$

$$R'_0 \geqslant \frac{1}{2\theta_0 tg[\alpha]}(\pi\sin\pi x_p - 2E\theta_0) - \frac{1}{2}(1-\cos\pi x_p)$$

则对例5的对心滚子直动从动杆盘状凸轮机构($\theta_0=\pi$)，如令$[\alpha]=30°$，得

$$\pi x_p = \frac{\pi}{3}, \qquad R_0 = R'_0 \geqslant 0.5$$

如例5的基圆半径采用按以前的许用压力角法计算而得的R_0值($R_0=0.5$)，则可由图9来确定机构的效率，在图9中取$L+2A=6.5$的一条铅直线与$(R_0)_{min}=0.5$的线相交，其交点的纵坐标$\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}=11$，$[\Psi]=\frac{11\times tg\varphi}{\theta_0 L}=\frac{11\times 0.15}{\pi\times 0.5}=1.167$

机构的最小效率 $\eta_{min}=1-1.167=-0.167$

说明这机构将处于自锁状态。

3．加速度为正弦的运动规律

将加速度为正弦的运动规律的关系式(30)代入(41)和(42)式，经整理后并用无因次关系得

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_0 = (2\pi ctg\pi x_p)(L+2A) - 4(1+\pi x_p ctg\pi x_p - 2\cos^2\pi x_p) \qquad (53)$$

$$R'_0 \geqslant \frac{tg\varphi}{[\Psi]\theta_0 L}\left[L+2A-\frac{1}{\pi}(2\pi x_p - \sin 2\pi x_p)\right](1-\cos 2\pi x_p - E\theta_0) - \frac{1}{2\pi}(2\pi x_p - \sin 2\pi x_p) \qquad (54)$$

为了便于求x_p，与前相同有两种方法：

(1) 画出不同x_p值的$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_0$与$(L+2A)$的线图(如图10所示)

(2) 写出(53)式的近似公式

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_0 = (2\pi ctg\pi x_p)(L+2A) - 4.65 \qquad (55)$$

将解得的x_p代入(54)式求R'_0。对心的尖端和滚子直动从动杆盘状凸轮还可以画出与图9相似的一系列等值$(R_0)_{min}$的$\frac{[\Psi]\theta_0 L}{tg\varphi}$与$(L+2A)$的线图(此图暂略)，以便从中直接查得它的$(R_0)_{min}$。

对图2所示机构：将(53)(54)两式中的L看作无穷大即得

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

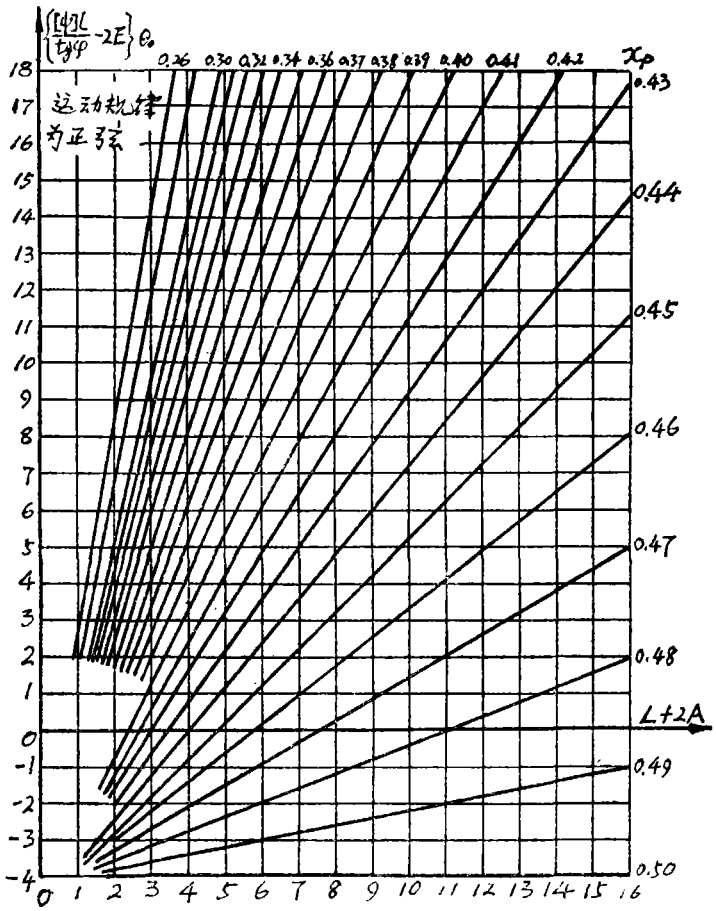


图 10

$$\frac{[\Psi]\theta_0}{\mathrm{tg}\varphi} = 2\pi \mathrm{ctg}\pi x_p$$

或

$$\mathrm{tg}(\pi x_p) = \frac{2\pi \mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]\theta_0} \tag{56}$$

和

$$R'_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]\theta_0}(1-\cos 2\pi x_p - E\theta_0) - \frac{1}{2\pi}(2\pi x_p - \sin 2\pi x_p) \tag{57}$$

4. 用多项式表示的运动规律

以五次多项式为例，将(33)式代入(41)和(42)式经整理后得：

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{\mathrm{tg}\varphi} - 2E\right\}\theta_0 = \frac{2(1-2x_p)}{x_p(1-x_p)}(L+2A) -$$

$$- \frac{4x_p^2(25-80x_p+81x_p^2-27x_p^3)}{1-x_p} \tag{58}$$

$$R'_0 \geqslant \frac{\mathrm{tg}\varphi}{[\Psi]L\theta_0}[L+2A-2x_p^3(10-15x_p+6x_p^2)][30x_p^2(1-x_p)^2 - E\theta_0]$$

$$- x_p^3(10-15x_p+6x_p^2) \tag{59}$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

与前相同可以用不同 x_p 值的 $\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta$ 与 $(L+2A)$ 的线图(图 11)或(58)式的近似式

$$\left\{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}-2E\right\}\theta_o=\frac{2(1-2x_p)}{x_p(1-x_p)}(L+2A)-4.25 \tag{60}$$

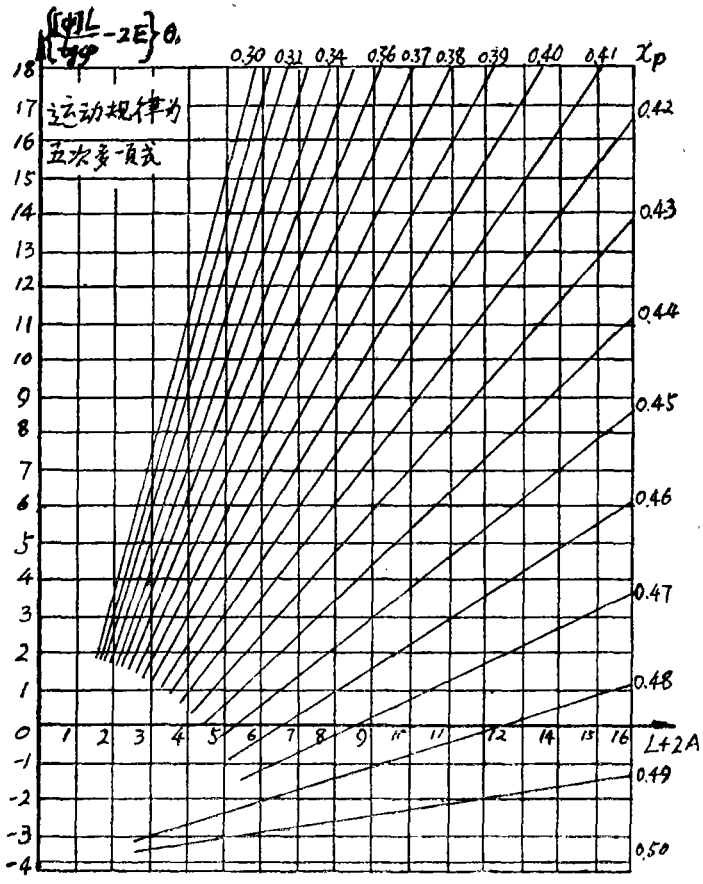


图 11

求 x_p，以后再代入(59)式求 R'_0。对心的尖端和滚子直动从动件盘状凸轮还可画出与图 9 相似的一系列等值 $(R_o)_{min}$ 的 $\frac{[\Psi]\theta_o L}{tg\varphi}$ 与 $(L+2A)$ 的线图(此图暂略)，从中直接查得 $(R_o)_{min}$。

对图 2 所示机构，将(58)(59)两式中的 L 看作无穷大即得它的计算公式

$$\frac{[\Psi]\theta_o}{tg\varphi}=\frac{2(1-2x_p)}{x_p(1-x_p)} \tag{61}$$

和

$$R'_0\geqslant\frac{tg\varphi}{[\Psi]\theta_o}[30x_p^2(1-x_p)^2-E\theta_o]-x_p^3(10-15x_p+6x_p^2) \tag{62}$$

五、直动从动杆凸轮机构运动设计中参数 c、a 和 l 的确定

(一) 尖端和滚子直动从动杆偏距 e 的确定

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

能使从动杆在推程中损失系数的极值和它的起始点($s=0$)的损失系数都等于许用损失系数[Ψ]的偏距值称偏距的极值 e_{lim}。在保证从动杆整个推程的 Ψ 均不大于[Ψ]的条件下，采用 e_{lim} 为偏距大小，可使凸轮的基圆半径为最小。

e_{lim} 的图示法(见图 12)

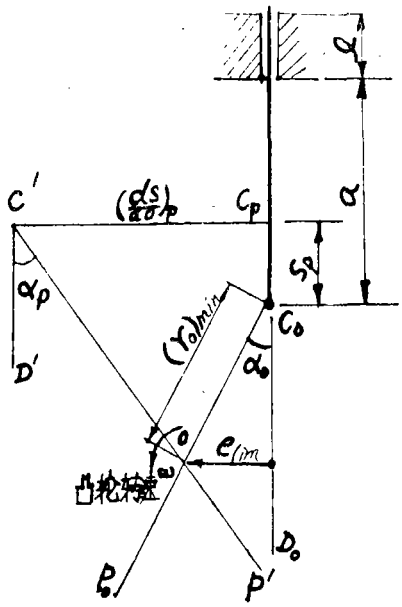


图 12

1．过从动杆的起始位置 $c_0(s=0)$ 作 $\angle D_0C_0P_0=\alpha_0$，其中 D_0C_0 为 C_0 点的运动方向，为使 $\Psi_0=[\Psi]$，由(7)和(2)式知，$\operatorname{tg}\alpha_0=\dfrac{[\Psi]l}{(l+2a)\operatorname{tg}\varphi}$。凸轮轴中心应在 C_0P_0 直线上选取。

2．如 c_p 为偏置的尖端或滚子从动杆在推程中Ψ为极值的位置。由机械原理知，过 c_p 作垂直于从动杆运动方向的直线，在这直线的 e 的正方向上，取一点 c′，使 $c_pc'=\left(\dfrac{ds}{d\theta}\right)_p$，过 c′ 点作 $C'D'\parallel C_0D_0$ 和 $\angle D'C'P'=\alpha_p$，为使 Ψ 的极值等于[Ψ]，

$$\operatorname{tg}\alpha_p=\frac{[\Psi]l}{(l+2a-2s_p)\operatorname{tg}\varphi},$$

凸轮轴中心应在 $C'P'$ 直线上选取。C_0P_0 和 $C'P'$ 两直线的的交点 o 的偏置量即 e_{lim}。

由于不同的偏距e所求得的 x_p(即图中 c_p 的位置)相差不大，因之图 12 中的 c′p′ 直线将不随 e 的改变而有多大的变化。这样如希望 $\Psi\leqslant[\Psi]$，则凸轮轴中心必须在图中折线 P_0OP' 上或该折线所包围的、$\angle P_0OP'$ 小于 180° 的那部分面积内选取。由此知 $e=e_{lim}$ 时，基圆半径 r_0 为最小。同时 e 愈大，回程压力角亦愈大，因之 e 值的选取不希望超过 e_{lim}。

e_{lim} 的计算：

为了使 Ψ 的极值等于[Ψ]，由(39)式得

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi}{l}\times\frac{l+2a-2s_p}{s_p+r_0'}\left(\frac{ds}{d\theta_p}-e\right)=[\Psi] \tag{39'}$$

其中 $\dfrac{ds}{d\theta_p}$ 和 s_p 又应满足(40)式。

为了使 Ψ_0 等于[Ψ]，由(46′)式得

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi}{l}\times\frac{l+2a}{r_0'}e=[\Psi] \tag{63}$$

由(39′)、(40)和(63)三式可联立解得 θ_p、e 和 r_0'。先求得 θ_p，再计算 e 和 r_0'。这求得的 e 因同时满足(39′)和(63)式，亦即 e_{lim}，r_0' 为 $(r_0')_{min}$。

由上述三式联立解得的结果为：

$$e_{lim}=\frac{l+2a-2s_p}{2l+4a-2s_p}\times\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p-\frac{[\Psi]ls_p}{(2l+4a-2s_p)\operatorname{tg}\varphi} \tag{64}$$

$$(r_0')_{min}=\frac{\operatorname{tg}\varphi}{[\Psi]l}(l+2a)e_{lim} \tag{65}$$

和求 θ_p 的关系式

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{[\Psi]l}{tg\varphi}=\frac{\left(\frac{d^2s}{d\theta^2}\right)_p}{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p}(1+2a)+B\frac{h}{\theta_o} \tag{66}$$

此处 $$B\frac{h}{\theta_o}=-\left(3S_p-\frac{2s_p^2}{1+2a}\right)\times\frac{\left(\frac{d^2s}{d\theta^2}\right)_p}{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p}-\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p$$

B值在实用范围内变化不大，可近似地看作常量

余弦运动规律 $B\approx-2.6$

五次多项式运动规律 $B\approx-3.3$

正弦运动规律 $B\approx-3.6$

等速运动规律 $\theta_p=0$，直接用(64)式求 e_{lim}

$$e_{lim}=\frac{h}{2\theta}$$

对图2所示的凸轮机构，同样只要将1看作无穷大，于是(64)(65)和(66)式改写成

$$e_{lim}=\frac{1}{2}\left(\frac{ds}{d\theta_p}-\frac{[\Psi]S_p}{tg\varphi}\right) \tag{67}$$

$$(r_0')_{min}=\frac{tg\varphi}{[\Psi]}e_{lim} \tag{68}$$

$$\frac{[\Psi]}{tg\varphi}=\frac{\left(\frac{d^2s}{d\theta^2}\right)_p}{\left(\frac{ds}{d\theta}\right)_p} \tag{69}$$

例6 已知 $A=1.5$，$L=1.5$，$[\Psi]=0.3$，$tg\varphi=0.15$，$\theta_o=\pi$，试求运动规律为余弦的滚子直动从动杆盘状凸轮机构的 E_{lim}，

解：将(27)式代入(66)式得：

$$\frac{[\Psi]l}{tg\varphi}-B\frac{h}{\theta_o}=\frac{\pi}{\theta_o}ctg(\pi x_p)(1+2a)$$

$$\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}\theta_o-B=\pi(L+2A)ctg(\pi x_p)$$

$$tg(\pi x_p)=\frac{\pi(L+2A)}{\frac{[\Psi]L}{tg\varphi}\theta_o+2.6}=\frac{\pi(1.5+2\times1.5)}{\frac{0.3\times1.5}{0.15}\pi+2.6}=1.1757$$

$$\pi x_p=0.866$$

将 πx_p 值代入(64)式

$$e_{lim}=\frac{1+2a-h(1-\cos\pi x_p)}{2l+4a-h(1-\cos\pi x_p)}\times\frac{h\pi}{2\theta_o}\sin\pi x_p-\frac{[\Psi]l\times\frac{h}{2}(1-\cos\pi x_p)}{[2l+4a-h(1-\cos\pi x_p)]tg\varphi}$$

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$E_{lim}=\frac{L+2A-1+\cos\pi x_p}{2L+4A-1+\cos\pi x_p}\times\frac{\pi}{2\theta_0}\sin\pi x_p-\frac{[\Psi]L(1-\cos\pi x_p)}{2tg\varphi[2L+4A-1+\cos\pi x_p]}$$

$$=\frac{1.5+2\times1.5-1+\cos0.866}{2\times1.5+4\times1.5-1+\cos0.866}\times\frac{\pi\sin0.866}{2\pi}-$$

$$-\frac{0.3\times1.5(1-\cos0.866)}{2\times0.15[2\times1.5+4\times1.5-1+\cos0.866]}$$

$$=0.1827-0.0611=0.1216$$

算得 E_{lim} 后，如取 $E=E_{lim}$，则可由(65)式算得$(r'_0)_{min}$；如取 $E<E_{lim}$，则应用第四节例 4 的方法求 $(r'_0)_{min}$。

（二）直动从动杆最大悬臂长度的选取

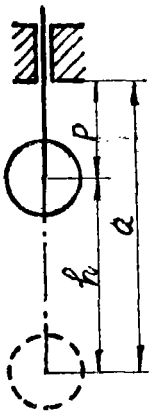


图 13

由(21)和(22)式知，a 越小，tgφ′和 Ψ 均越小，故希望取尽可能小的 a 值。由于结构上的需要（如图 13 所示），a 必须大于 h，留有 p 以便安置滚子。有时还要在这里安置弹簧或要容许物料在此处通过等。总之在保证上述要求的条件下，a 尽量选取小的值

（三）直动从动杆导轨长度的选取

由(2)式知：它与 tgφ′有关，希望导轨长度 l 愈长愈好，但事实上不可能，且 l 愈长，机构尺寸亦愈大，故只好按机器的结构来决定。

就平底直动从动杆而言，导轨长度 l 应按(19)式来确定。

参 考 文 献

[1] 黄锡恺、郑文伟主编“机械原理”(1981 年修订版)人民教育出版社 1981。

[2] 天津大学等六院(校)合编，天津大学主编“机械原理”人民教育出版社 1979。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Design of Cam Mechanism with Translating Follower upon its Efficiency

Leu Yong-hou

Abstract

From the actual constructions of translating followers, it is pointed out in this paper that there are faults in design of this kind of cam mechanisms based on the allowable pressure angle value and a new method is presented taking the efficiency of the mechanisms as the design base. The method is developed by full considerations of their efficiency, self-lock and the ratio of thrust to load along the follower, it can be, therefore, used to solve the problem of choosing and calculating all kinematic parameters. This design base, besides to translating knife edge and roller follower, is also applicable to translating flat-faced follower. Not only is the new design criterion presented in the paper, but a set of calculation formula and the diagrams and data needed are provided, and with demonstrations of some design examples.

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net