

对开口时经纱受力的分析

吴震世

(纺工系)

开口时经纱受到多种力的作用，形成开口张力。开口张力是经纱张力的重要组成部分，这一张力对织造工艺、织造生产和产品性能有直接的影响。一般，开口张力都是通过梭口的几何变形量来计算的，这是一种间接的计算方法。本文通过梭口所受诸作用力，利用柔线原理，直接计算经纱上引起的张力。这里不仅计及开口时综框对经纱的作用力、经纱本身的重量、梭口的长度和高度位置，还进一步计及梭口两侧的经纱和织物对梭口的作用力，利用这一分析方法，既可通过测定综框的作用力，来计算开口时梭口部分的经纱张力，也可以通过测定经纱张力，来计算综框在开口时受的负荷。

开口时梭口上受力的情况是这样的。经纱以织口和停经架中导棒这一线为受力单元，它受到纱线自身重量的作用，综框上下运动所施的作用力，同时在梭口两侧还受到经纱和织物拉力。分析时假定，纱线是可挠性的，变形在弹性范围以内，且不考虑综眼处纱线发生的位移。因此，开口时梭口的经纱，相当于受到均布载荷和集中载荷的柔线。经纱受力情况可以用柔线力学^[1]进行分析。

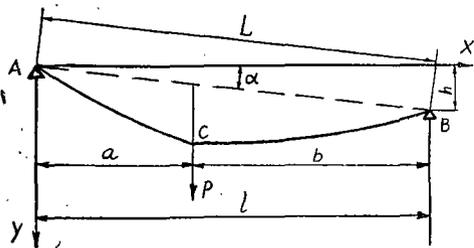


图 1

为考察梭口经纱一般的受力情况，先假定梭口两端，即两支承点是固定的，不发生左右位移。并设梭口的一端A为织口，另一端B为停经架中的导棒。AB间纱的弧长为S，AB间纱的弦长为L，AB间的跨距为l。又在综眼处C综框的作用力为p，q为纱线的单位重量，梭口间经纱的自重为qs。如图1所示。

根据静力学平衡条件，要使作用在纱线上的诸力保持平衡，，则必须满足

$$\Sigma H = 0 \tag{1}$$

$$\Sigma V = 0 \tag{2}$$

$$\Sigma M_B = 0 \tag{3}$$

$$\Sigma M_A = 0 \tag{4}$$

式中 ΣH ——水平方向诸力
 ΣV ——垂直方向诸力
 ΣM_B ——作用在支承点A上的诸力矩

本文1984年10月20日收到。

ΣM_A ——作用在支承点 B 上的诸力矩

首先, 由平衡条件 $\Sigma H = 0$ 得

$$H_A = H_B = H \quad (5)$$

其次, 根据平衡条件 $\Sigma M_B = 0$ 和 $\Sigma M_A = 0$, 分别求得 A, B 两支点处纱线张力的垂直分力。在 B 支点处为

$$V_A l - \frac{l}{2} G - p(l-a) - Hh = 0$$

式中 V_A ——支点 A 处纱线张力的垂直分力

G ——梭口段纱线的重量

$$G = qs \cong qL = \frac{ql}{\cos \alpha}$$

p ——综框的作用力

l —— AB 间水平距离, 即跨距

a ——支点 A 到作用点 p 的距离

h ——支点 A 和 B 的高度之差

α ——纱线 AB 对水平的倾角

H ——水平方向分力

由上可得支点 A 处的张力垂直分力

$$V_A = \frac{ql}{2\cos \alpha} + \frac{p(l-a)}{l} + H \frac{h}{l} \quad (6)$$

同样, 可求得在支点 B 处的张力垂直分力

$$V_B = \frac{ql}{2\cos \alpha} + \frac{Pa}{l} - H \frac{h}{l} \quad (7)$$

不难看出, (6), (7) 式中右侧第一项为纱线自重所引起的反力, 第二项为综框作用力 P 所引起的力, 第三项为水平张力 H 所引起的垂直分力。后者对于上支点取正号, 下支点取负号。当两支点在同一水平时, 则水平张力 H 所产生的力矩将等于零。

下面我们再来确定水平分力。

现在离 A 支点 x 、于纱线的任意点 M 处将纱断开, 取 AM 为隔离体。则作用于 M 点纱线左半部诸力的力矩之和, 如图 2 所示, 将为

$$V_A x + M_{Ax} - H' C' = 0$$

这里 $V_A x + M_{Ax}$ 为相应截面的力矩 M , 而

$$C' = C \cos \alpha$$

$$H_A' = \frac{H}{\cos \alpha}$$

因此

$$M = H_A' C'$$

$$C = \frac{M}{H} \tag{8}$$

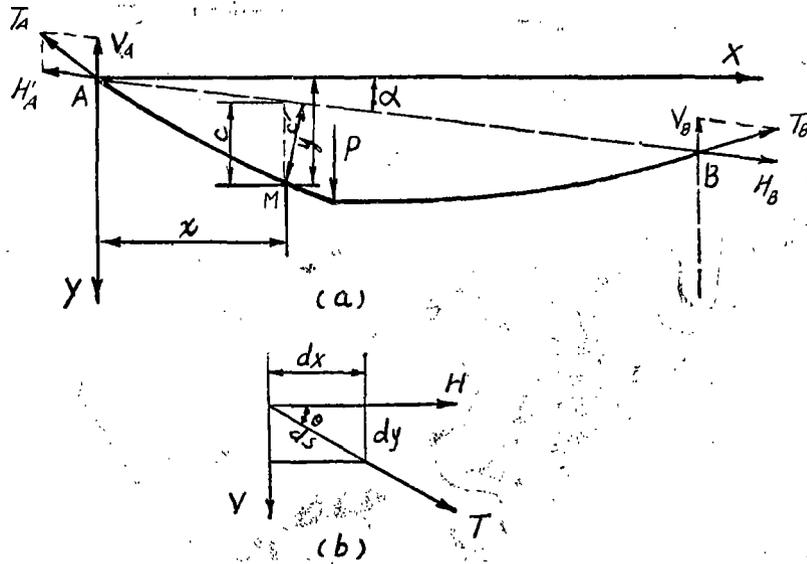


图 2

由图 2 可见，纱线上任意点 M 离水平线的离距为

$$\begin{aligned} Y &= C + x \operatorname{tg} \alpha = C + \frac{h}{l} x \\ &= \frac{M}{H} + \frac{h}{l} x \end{aligned} \tag{9}$$

因为按儒拉斯基定理，纱线内切力 Q 为

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

故

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q}{H} + \frac{h}{l} \tag{10}$$

根据线积分原理，纱线的长度应为

$$S = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

考虑到 $l \gg h$ ，略去 $\frac{dy}{dx}$ 的高阶项，可得

$$\begin{aligned} S &= \int_0^l \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right] dx \\ &= l + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{Q}{H} + \frac{h}{l}\right)^2 dx \\ &= l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx + \frac{h}{Hl} \int_0^l Q dx + \frac{h^2}{2l^2} \int_0^l dx \end{aligned}$$

$$= l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx + \frac{h}{H_1} \int_0^l Q dx + \frac{h^2}{2l}$$

因积分 $\int_0^l Q dx$ 乃切力图的面积, 在任何垂直力的作用下, 这一面积均等于零。因此可得

$$S = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx + \frac{h^2}{2l} \quad (11)$$

$$S = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx + \frac{\text{tg}^2 \alpha}{2} \quad (11a)$$

当支点在同一水平面时, $h=0$, 则

$$S = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx \quad (11b)$$

以上为纱线在两端固定条件下受力时的长度。由式(11)可见, 纱线的长度主要由跨度 l , 支点高差 h , 纱线内的切力 Q , 以及纱线所受横向张力 H 所决定。此式适合于小角度 α 。但一般说来, 织机上梭口两端高度之差 h 相当小, α 不大于 5° ,

再进一步考察梭口受力的具体情况。

梭口受到的第一种力为自身重量, 它系均布载荷。这时纱线内任一点 x 处的切力 Q_0 为

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{dM}{dx} \\ &= \frac{q'l}{2} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

这里要说明一下, 上式中的 q' 值实际非纱线的单位重量 q , 而应计及纱线的倾度, 即

$$q' = \frac{p}{\cos \alpha}$$

故

$$Q_0 = \frac{ql}{2 \cos \alpha} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \quad (12a)$$

再分析梭口受作用力 P 的具体情况。

先观察作用力 P 的左部。这时, 由平衡条件 $\Sigma V = 0$, 可得

$$V = V_A - q'a = V_A - \frac{qa}{\cos \alpha}$$

由图(2)可知

$$V = H \text{tg} \theta = H \frac{dy}{dx}$$

故

$$H \frac{dy}{dx} = V_A - \frac{qa}{\cos \alpha} = V_A - q'a$$

将式(6)代入上式, 整理后得微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q}{2H\cos\alpha} (l-2a) + \frac{P}{Hl} (l-a) + \frac{h}{l} \quad (13)$$

由式(10)和(13)可知, 左半部切力

$$Q_a = \frac{q}{2\cos\alpha} (l-2a) + \frac{P}{l} (l-a) \quad (14)$$

同样, 在作用点P的右侧, 以支承点B作为坐标原点, 按同法可得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q}{2H\cos\alpha} (l-2p) + \frac{P}{Hl} a - \frac{h}{l} \quad (15)$$

由式(10)和(15)可得右半部切力

$$Q_b = \frac{q}{2\cos\alpha} (l-2b) + \frac{P}{l} a \quad (16)$$

这样, 由式(11)可得

$$S = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^a Q_a^2 dx + \frac{1}{2H^2} \int_0^b Q_b^2 dx + \frac{h^2}{2l} \quad (17)$$

假如已知纱线的口张力 H_0 , 则在初负荷下纱线的长度为

$$S_0 = l + \frac{1}{2H_0^2} \int_0^1 Q_0^2 dx + \frac{h^2}{2l} \quad (18)$$

当纱线又受到力P的作用时, 纱线的长度应为

$$S_1 = l + \frac{1}{2H_1^2} \int_0^1 Q_1^2 dx + \frac{h^2}{2l} \quad (19)$$

当变形在弹性范围内时, 纱线由于力P的伸长为

$$\Delta l = \frac{(H_1 - H_0)l}{EF} \quad (20)$$

因 $S_0 + \Delta l = S_1$, 故从式(18)、(19)和(20)可得

$$l + \frac{1}{2H_0^2} \int_0^1 Q_0^2 dx + \frac{h^2}{2l} + \frac{(H_1 - H_0)l}{EF} = l + \frac{1}{2H_1^2} \int_0^1 Q_1^2 dx + \frac{h^2}{2l}$$

经整理后得

$$H_1^3 - \left(H_0 - \frac{EF}{2lH_0^2} \int_0^1 Q_0^2 dx \right) H_1^2 - \frac{EF}{2l} \int_0^1 Q_1^2 dx = 0 \quad (21)$$

为了解出张力 H_1 , 先算出 $\int_0^1 Q_0^2 dx$ 和 $\int_0^1 Q_1^2 dx$ 。在这里, 按图3可得

$$\begin{aligned} \int_0^1 Q_0^2 dx &= \int_0^1 \frac{q^2}{\cos^2 \alpha} \left(\frac{l}{2} - x \right)^2 dx \\ &= \frac{q^2 l^2}{12} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\int_0^l Q^2_1 dx = \int_0^a \left(\frac{ql}{2\cos\alpha} - \frac{qx_1}{\cos\alpha} + \frac{pb}{l} \right)^2 ax_1 + \int_a^l \left(\frac{ql}{2\cos\alpha} - \frac{qx_2}{\cos\alpha} + \frac{pa}{l} \right)^2 dx_2$$

$$= \frac{q^2 l^3}{12\cos^2\alpha} + \frac{qPab}{\cos\alpha} + \frac{P^2 ab}{l}$$
(23)

因为在均布载荷下有

$$M = \frac{ql^2}{8}$$

这时纱线中间的挠度

$$f = \frac{M}{H_0} = \frac{ql^2}{8H_0}$$

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f}$$
(24)

将式(22)、(23)和(24)代入式(21)，作简单变换后得

$$H_1^3 - \left(\frac{ql^2}{8f} - \frac{8EFf^2}{3l^2} \right) H_1^2 - \frac{EF}{2l} \left(\frac{q^2 l^3}{12\cos^2\alpha} + \frac{qPab}{\cos\alpha} + \frac{P^2 ab}{l} \right) = 0$$
(25)

以上是假设梭口两端固定情况下梭口上所受之力的关系。在实际情况下，开口时由于梭口部分的张力增大，梭口两端的支点，即织口和停经架处，将向梭口方向移动。假设移动为水平方向，则支点 A、B 处的垂直分力，可以认为与梭口固定时的相同。但水平方向的分力将发生变化。设织口和停经架处梭口的移动量分别为 δ_1 和 δ_2 ，且与水平方向增加的力 $(H_1 - H_0)$ 成比例，即

$$\delta_1 = k_1(H_1 - H_0)$$
(26)

$$\delta_2 = k_2(H_1 - H_0)$$
(27)

式中 k_1 ——比例系数，决定于织物的刚性系数

k_2 ——比例系数，决定于经纱的刚性系数

梭口两端可作水平方向移动时的受力状况如图 4 所示。

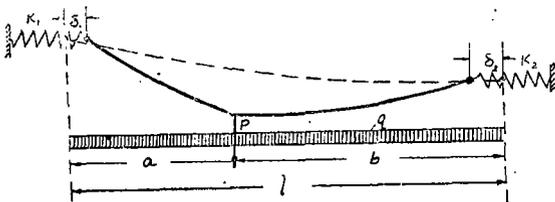


图 4

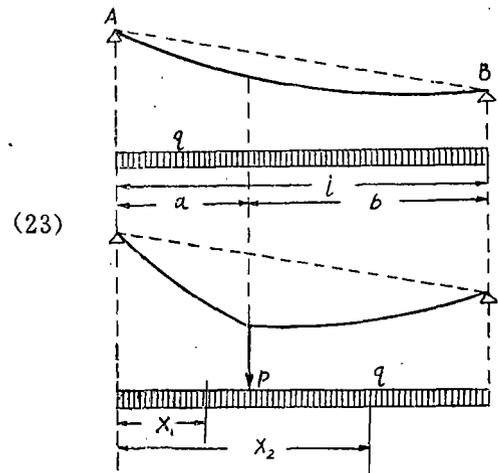


图 3

按式(18)、(20)、(19)，和式(26)、(27)有

这里，当综平时，梭口部分的经纱所受到的初张力为 H_0 ，梭口部分的经纱长度为 S_0 。开口时，在综框提拉下，切向受 P 力的作用，梭口经纱将伸长 Δl 。此时经纱的水平张力为 H_1 ，梭口长为 S_1 。它们之间有如下的关系

$$S_1 = S_0 + \Delta l$$

$$S_0 = l + \frac{1}{2H_0^2} \int_0^l Q_0^2 dx + \frac{h^2}{2l}$$

$$\Delta l = \frac{(H_1 - H_0)l}{EF}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= l - \delta_1 - \delta_2 + \frac{1}{2H_1^2} \int_0^l Q_1^2 dx + \frac{h^2}{2l} \\ &= l - (k_1 + k_2)(H_1 - H_0) + \frac{1}{2H_1^2} \int_0^l Q_1^2 dx + \frac{h^2}{2l} \end{aligned}$$

上述三式平衡和整理后可得

$$\begin{aligned} H_1^3 - \left[H_0 - \frac{1}{2H_0^2 \frac{l}{EF} + k_1 + k_2} \int_0^l Q_0^2 dx \right] H_1^2 \\ - \frac{1}{2 \left(\frac{l}{EF} + k_1 + k_2 \right)} \int_0^l Q_1^2 dx = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

此式适合于梭口两端不固定, 受到初始的和施加不同负荷时的情况。在这里, 按式(24)、(22)和(23)有

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f_0 \cos \alpha}$$

$$\int_0^l Q_0^2 = \frac{q^2 l^3}{12 \cos^2 \alpha}$$

$$\int_0^l Q_1^2 = \frac{q^2 l^3}{12 \cos^2 \alpha} + \frac{qPab}{\cos \alpha} + \frac{P^2 ab}{l}$$

代入式(28)得

$$\begin{aligned} H_1^3 - \left[\frac{ql^2}{8f_0 \cos \alpha} - \frac{8f_0^2}{3f \frac{l}{EF} + k_1 + k_2} \right] H_1^2 \\ - \frac{1}{2 \left(\frac{l}{EF} + k_1 + k_2 \right)} \left[\frac{q^2 l^3}{12 \cos^2 \alpha} + \frac{qPab}{\cos \alpha} + \frac{P^2 ab}{l} \right] = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

上式中的 $\frac{EF}{l}$ 乃梭口段经纱的刚性系数。这一刚性系数设为 k_0 , 则上式可写成,

$$\begin{aligned} H_1^3 - \left[\frac{ql^3}{8f_0 \cos \alpha} - \frac{8f_0^2}{3l \left(\frac{1}{k_0} + k_1 + k_2 \right)} \right] H_1^2 \\ - \frac{1}{2 \left(\frac{1}{k_0} + k_1 + k_2 \right)} \left[\frac{q^2 l^3}{12 \cos^2 \alpha} + \frac{qPab}{\cos \alpha} + \frac{l}{P^2 ab} \right] = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

这样, 由式(6)或(7)和式(30), 不难求出前后梭口内经纱所受之张力 T_f 和 T_b 。

$$T_f = \sqrt{V_A^2 + H_1^2} \quad (31)$$

$$T_h = \sqrt{V_B^2 + H_1^2} \quad (32)$$

鉴于纱线的单位重量 q 远小于作用力 P ，故有关计算实际上可以简化，将 q 项可以忽略不计。

以上对梭口上所受诸力进行了分析。利用上述分析，对一已知上机工艺条件的梭口，我们既可以通过测定开口时综框上所施的力 P ，按式(29)或(30)算出梭口两侧经纱或织物的张力 H_1 ，或按式(31)和(32)，算出前后梭口内的经纱张力。也可以通过测定后梁上的经纱张力，即水平力 H_1 ，算出综框上所受到的力 P 。也就是说，上述计算，既可以用来作工艺计算，也可以用来作为开口机构受力的分析计算。

参 考 文 献

- [1] В. К. Качурин, "Гибкие нити смальными стрелками", Москва, (1959)

85016

对开口时经纱受力的分析 《无锡轻工业学院学报》，1985年，第4

卷，第2期

关键词：经纱张力，开口，柔线力学

摘要 本文应用柔线力学原理分析了开口时经纱的受力状态。分析时计及梭口两端，织口和停经架处的不同高度和前后移动，考虑到织物和经纱的刚性系数。应用这一原理可以计算织机上机工作条件和综框所受的负荷。

作者：吴震世

85018

ANALYSIS of WARP TENSION at SHEDDING《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》, Vol.4, No.2, 1985

KEYWORDS Warp tension, shedding, mechanics of pliable thread.

ABSTRACT According to th mechanics of pliable thread, forces which are applied on warp sheets at shedding were analysed. Different positions and movement of the shed, module of rigidity of fabric and warp were taken into account. Making use of this mechanism model, the technological parameters of loom setting and load applied by head frame could be calculated.

Author, Wu Zhenshi